

Hybride Bewegungsgesetze für Rast-in-Rast-Funktionen

von Dr.-Ing. Klaus Kaltofen

Zusammenfassung:

Es wird eine neue Klasse von Übertragungsfunktionen für Rast-in-Rast-Bewegungen vorgestellt, mit der die Vorteile von traditionellen Bewegungsabschnitten nach VDI 2143 und von HS-Bewegungsgesetzen weitestgehend bewahrt und ihre jeweiligen Nachteile vermieden werden können. Insbesondere für Bewegungsgesetze mit langen und für solche mit vielen Rastabschnitten können Hybride vorteilhaft verwendet werden.

1. Einleitung, Motivation

Gegenstand der folgenden Ausführungen sind Gesetze für Rast-in-Rast-Bewegungen. Traditionelle Bewegungsgesetze nach VDI-Richtlinie 2143 (Polynome und Sinoiden) haben gegenüber den HS-Profilen den Vorteil, dass die Rastphasen im statischen Fall exakt sind. Bei HS-Bewegungsgesetzen treten – insbesondere bei längeren Rasten - immer Schwankungen während der Rastphase auf. Zusätzlich ist z.B. bei Bewegungsgesetzen mit vielen Rastabschnitten das Durchlaufverhalten bei jeder Rast unterschiedlich, d.h. es treten keine definierten Rastdurchläufe auf. Das kann z.B. dazu führen, dass Maschineneinstellungen, die im Ruhezustand der Maschine für die Rastphase vorgenommen werden müssen, nicht exakt

erfolgen können, weil der Monteur nicht weiß, in welchem Zustand sich das Werkzeug gerade befindet.

Gravierender Nachteil der traditionellen Bewegungsgesetze gegenüber den HS-Profilen ist das Verhalten im dynamischen Fall. Da die Synthese von HS- Bewegungsgesetzen als Ganzes – und nicht abschnittsweise- erfolgt, kann eine Anregung von Eigenschwingungen an den Abschnittsgrenzen – wie bei Polynomen und Sinoiden üblich – nicht erfolgen. Außerdem ergeben sich – bedingt durch das Syntheseverfahren (z.B. /1/) für HS-Bewegungsgesetze – Vorteile in punkto Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Momentenkennwerten, weil die meistens vorhandenen Rasttoleranzen besser ausgenutzt werden können als bei Polynomen und Sinoiden.

Demzufolge ist das Ziel der folgenden Untersuchungen, neue Bewegungsgesetze zu finden, welche die Vorteile von Polynomen, Sinoiden einerseits und HS-Profilen andererseits weitestgehend bewahren und die nachteiligen Eigenschaften vermeiden.

2. Hybride Bewegungsgesetze

Hybride Rast-in-Rast-Funktionen setzen sich aus optimierten HS-Bewegungsgesetzen für die Bewegungsabschnitte (Basisfunktionen) und exakten Rastabschnitten zusammen. Sie sind im Allgemeinen dadurch gekennzeichnet, dass bei Einlauf in die Rast und bei Auslauf aus der Rast ein einmaliges „Überschwingen“ erfolgt, welches so stark sein kann, wie es die vorgegebene Rasttoleranz erlaubt (vgl. Tabelle 1).

2.1 Basisfunktionen

Als Basisfunktionen $y(z)$, ($0 \leq z \leq 2$) werden die Bewegungsabschnitte zwischen zwei Rastabschnitten bezeichnet. Sie sind normierte HS-Funktionen, die bei Ausnutzung von vorgegebenen Rasttoleranzen nach minimalen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsmaxima optimiert sind und außerdem den Rand- und Übergangsbedingungen:

$$\begin{array}{lll} y(z=0) = 0 & y(z=1) = 1 & y(z=2) = 0 \\ y'(z=0) = 0 & y'(z=1) = 0 & y'(z=2) = 0 \\ y''(z=0) = 0 & y''(z=1) = 0 & y''(z=2) = 0 \\ y'''(z=0) = 0 & y'''(z=1) = 0 & y'''(z=2) = 0 \end{array}$$

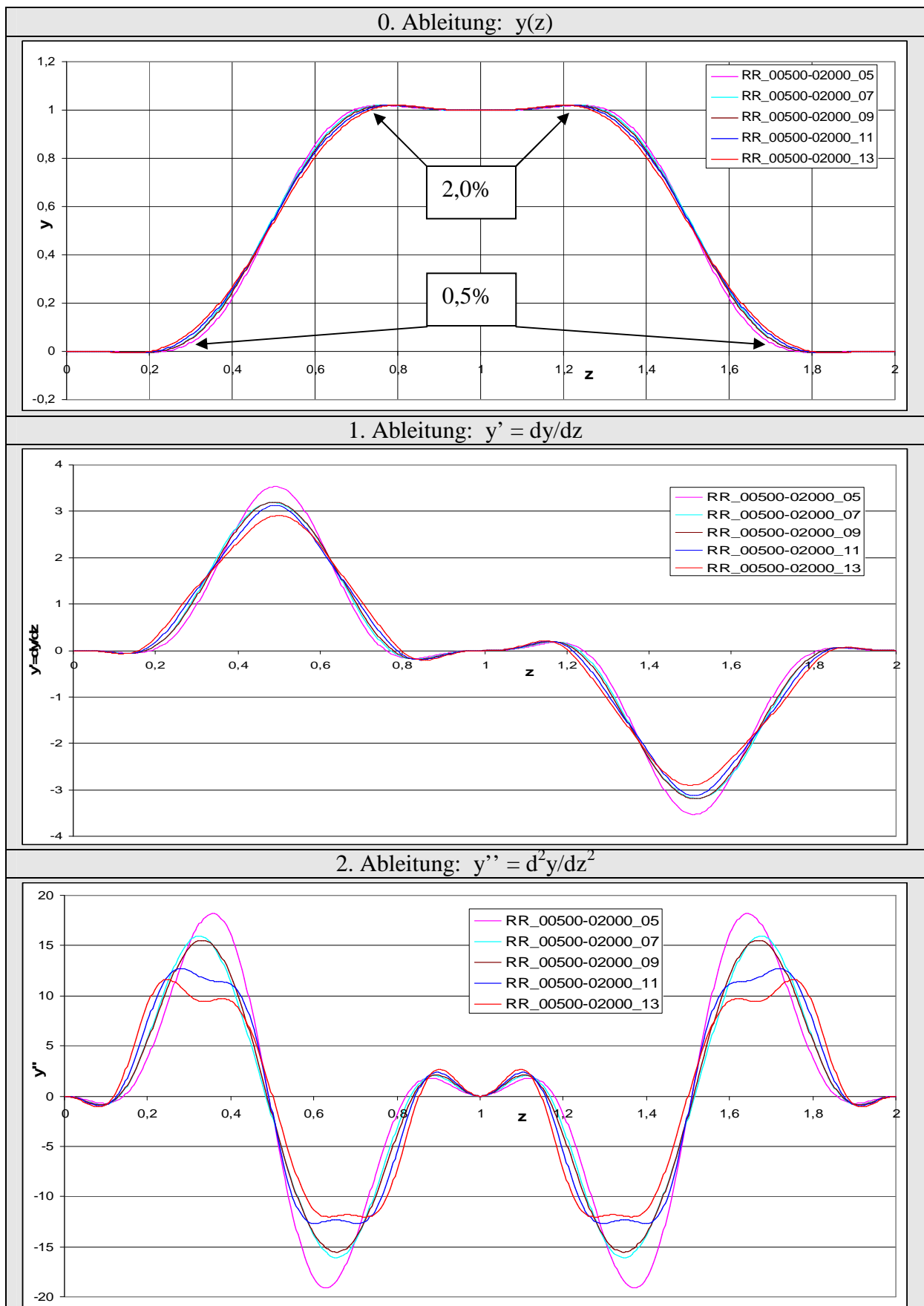
genügen.

Zur Generierung dieser Basisfunktionen wird das HS-Syntheseprogramm **mHSL** /2/ benutzt.

In Tabelle 1 ist als Beispiel eine Gruppe von Basisfunktionen dargestellt. Es handelt sich hierbei um die Gruppe mit der Bezeichnung **RR_00500-02000** („RR“ steht für Rast-in Rast-Funktion, „00500“ für 0,5% Rasttoleranz an Rast 1 und „02000“ für 2,0% Rasttoleranz an Rast 2). Die weitere Bezeichnung der konkreten Funktionen einer Gruppe (...05 bis ...13) gibt an, aus wie vielen Harmonischen die Basisfunktion besteht.

Es ist ein Katalog von Basisfunktionen erarbeitet worden, mit dem Rasttoleranzbereiche von 0,0% bis 16,0% abgedeckt werden (insgesamt 255 Basisfunktionen). Dieser Katalog findet Eingang in das Syntheseprogramm **hybSYN** zum Design von hybriden Rast-in-Rast-Bewegungen.

Tabelle 1: Basisfunktionsgruppe RR_00500-02000



2.2 Das Programm *hybSYN*

hybSYN wurde geschaffen, um hybride Bewegungsgesetze zu erzeugen und zu analysieren und kann somit als Werkzeug zum Bewegungsdesign von Rast-in-Rast-Bewegungen angewendet werden. Mit *hybSYN* werden im Wesentlichen folgende Teilaufgaben gelöst:

1. Erstellung des Bewegungsplanes:

Hierbei werden die Lagen, Längen und Toleranzbereiche der vorgesehenen Rastabschnitte festgelegt (vgl. Bild 1).

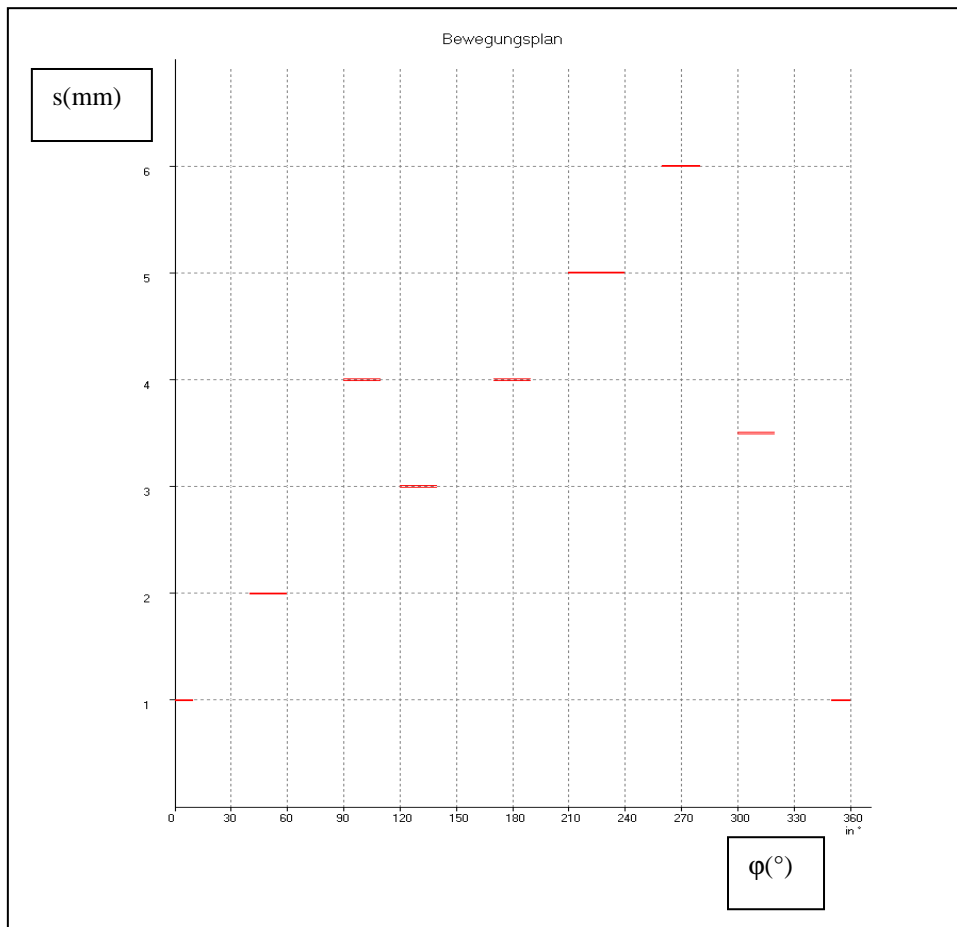


Bild 1: Beispiel für einen Bewegungsplan (geforderte Rastbereiche **rot** dargestellt)

2. Auswahl und Einfügen der einzelnen Bewegungsabschnitte zwischen den Rastabschnitten:

Dazu wird aus dem oben erwähnten Basisfunktionskatalog (siehe Bild 2) vom Anwender eine geeignete Basisfunktion ausgewählt (welche die entsprechenden Toleranzgrenzen einhält und eventuell geforderte Maximalwerte für Geschwindigkeit und/oder Beschleunigung nicht überschreitet) und an die entsprechende Stelle im Bewegungsplan maßstabsgerecht eingeordnet.

		Rastabweichung Rast 2																	
		→																	
		[%]																	
		0,00		0,125		0,25		0,5		1,0		2,0		4,0		8,0		16,0	
Rastabweichung Rast 1 ↓	0,00	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
	0,125	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
	0,25	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
	0,5	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
	1,0	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
	2,0	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05
		07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09
		11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13
4,0	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	
	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	
	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	
8,0	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	
	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	
	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	
16,0	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	03	05	
	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	07	09	
	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	11	13	

Bild 2: Elektronischer Basisfunktionskatalog von **hybSYN**

3. Ergänzen der noch fehlenden Rastabschnitte zwischen den Bewegungsphasen (wird von **hybSYN** automatisch vorgenommen).

4. Transformation der nun fertig gestellten Funktion für äquidistante Stützstellen, Berechnung der ersten und zweiten Ableitung und Harmonische Analyse der Bewegungsgrößen.

5. Untersuchung des dynamischen Verhaltens:

Dazu wird unter Vorgabe der Parameter

- Periodendauer $T = 2\pi/\Omega_0$ (Ω_0 Grunderregerkreisfrequenz)
- Abstimmungsverhältnis $\eta = \Omega_0/\omega_0$ ($\omega_0 = \sqrt{c/m}$... Eigenkreisfrequenz)
- Dämpfungsgrad $\delta = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{c \cdot m}}$

für ein angeschlossenes Minimalmodell (Einfachschwinger nach Bild 3) unter der kinematischen Erregung durch die generierte Funktion $s(\varphi)$ die dynamische Antwort $q(t)$ im Zeitbereich ermittelt.

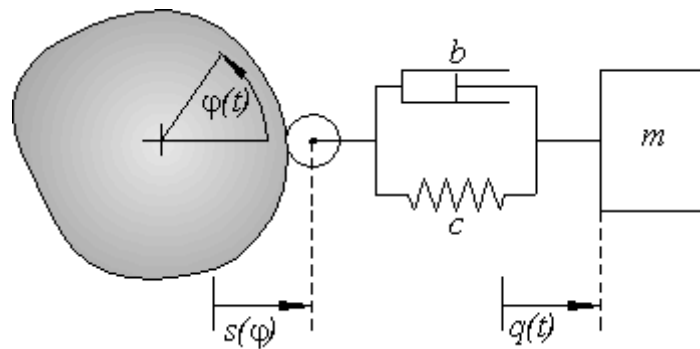


Bild 3: Einfachschwinger unter kinematischer Erregung $s(\varphi(t))$

3. Beispiele

3.1 Beispiel 1: Saugerbewegung bei einem Rotationsanleger

Rotationsanleger sind Maschinen, die in der Druckindustrie zum Vereinzeln von Papierstapeln benutzt werden. An die Abtriebs-Drehbewegung eines bestimmten Werkzeugs (Sauger, der mit Unterdruck das untere Blatt eines Stapels ansaugt) werden für den realen Betrieb technologische Anforderungen nach Bild 4 gestellt:

Hub: $1,0 \text{ rad}$

Rast 1: Zwischen 330° und 390° (30°) Maschinenwinkel φ ; Rasttoleranz: $0,01 \text{ rad}$

Rast 2: Zwischen 75° und 285° Maschinenwinkel φ ; Rasttoleranz: $0,01 \text{ rad}$

Die zu erreichende Taktzahl beläuft sich auf $10\,800 \frac{1}{h}$, was einer Grunderregerfrequenz von $f_0 = 3,0 \text{ Hz}$ entspricht. Die niedrigste Eigenfrequenz des Saugerantriebs (Kurven-Koppelgetriebe) konnte mit ca. 45 Hz abgeschätzt werden.

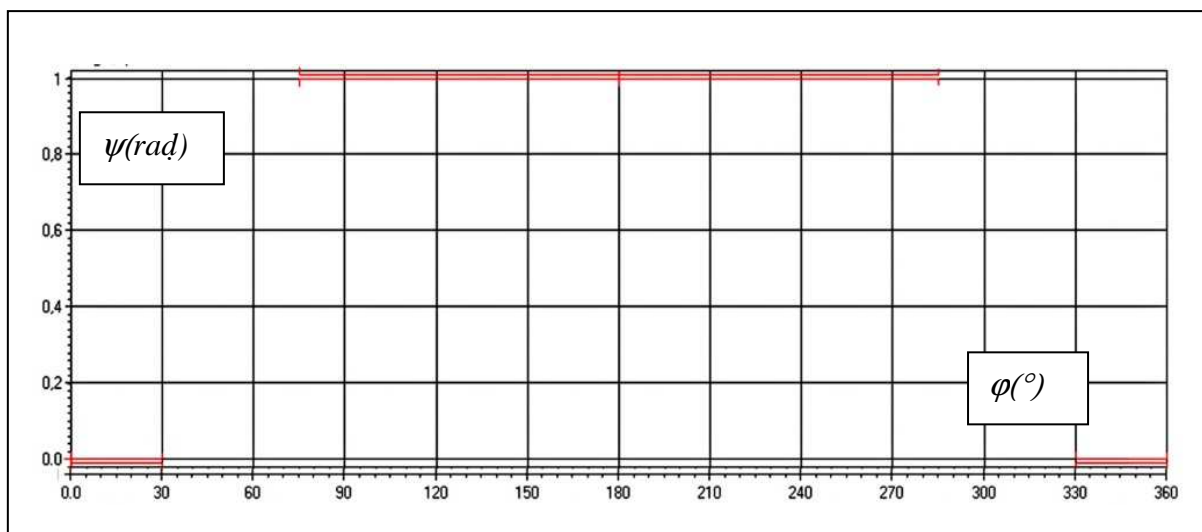


Bild 4: Technologische Forderungen (rot dargestellt) an die Saugerbewegung $\psi(\varphi)$; (Bewegungsplan)

Im Folgenden werden drei Lösungsvarianten miteinander verglichen, welche den technologischen Restriktionen im statischen Fall ($\eta = 0$) genügen:

- a) HS- Bewegungsgesetz, bestehend aus den ersten 11 Harmonischen (HS-11)
- b) Hybride Bewegung (Basisfunktion: **RR_01000-01000_05**) (HYB-05)
- c) Polynom 9. Grades (NÜF: $y(z) = -56z^9 + 252z^8 - 468z^7 + 462z^6 - 252z^5 + 63z^4$) (POLY-09)

Die drei Bewegungsgesetze wurden so generiert, dass sie im statischen Fall die volle Rasttoleranz ausnutzen (siehe Bild 5) und ungefähr gleich große Beschleunigungsmaxima hervorrufen (Bild 6). Man erkennt bei der hybriden Bewegung das einmalige Überschwingen an den beiden Rastenden, während die HS-Bewegung im Rastverlauf deutlich mehr Schwankungen (und damit auch Belastungswechsel) aufweist.

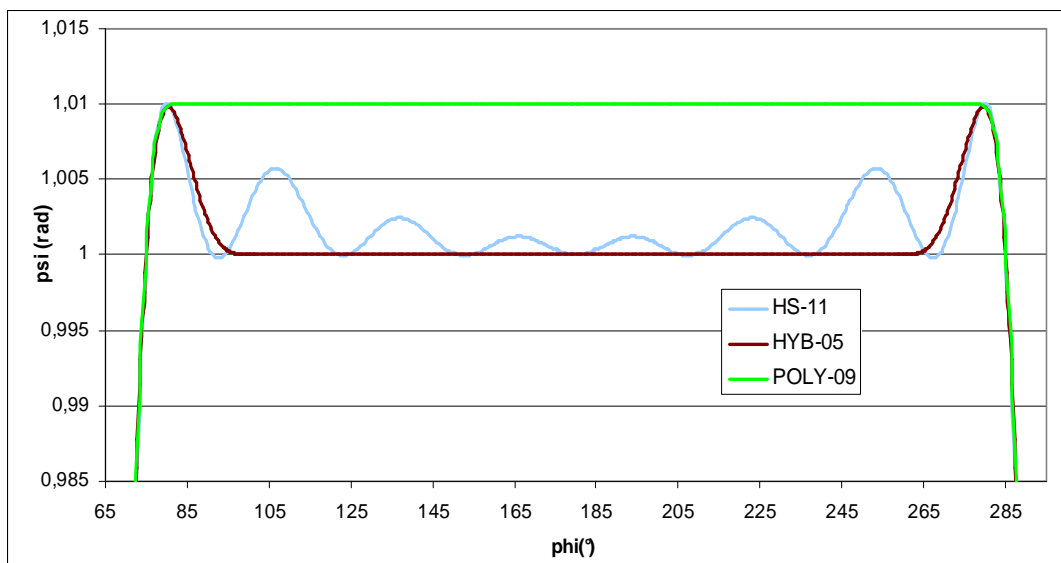


Bild 5: Die Rastverhalten (Rast 2) bei voller Ausnutzung der Rasttoleranz; ($\eta=0$)

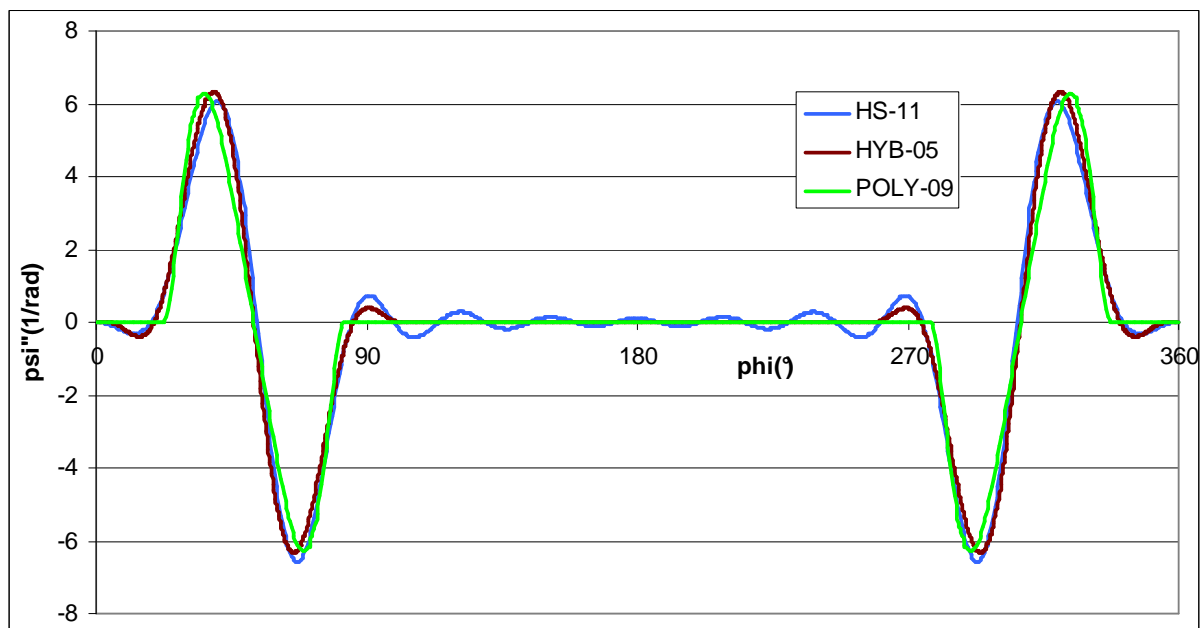


Bild 6: Kinematische „Beschleunigungs“-Verläufe $\psi''(\varphi)$ der drei Varianten im statischen Fall

Eine Harmonische Analyse der drei ψ'' -Verläufe führt auf das in Bild 7 dargestellte Ergebnis. Während bei der HS-Bewegung das Spektrum zwar bei der 11. Harmonischen endet, aber auffallend große Amplituden in den oberen Regionen des Spektrums (8., 9. und 11. Harmonische) auftreten, besitzt die hybride Bewegung zwar noch geringfügige Anteile mit der 12. und 13. Harmonischen, aber die Amplituden der 8., 9., 10. und 11. Harmonischen sind deutlich geringer als diejenigen der HS-Bewegung. Demzufolge kann man prognostizieren, dass die dynamischen Verhalten ($\eta > 0$) sich nur unwesentlich unterscheiden. Anders dagegen die spektrale Zusammensetzung der „POLY-09“-Bewegung; hier finden sich deutliche höherharmonische Anteile wieder (13. bis 23. Harmonische). Daraus kann geschlussfolgert werden, dass das dynamischen Verhalten dieser Bewegung deutlich schlechter ist als das der beiden anderen.

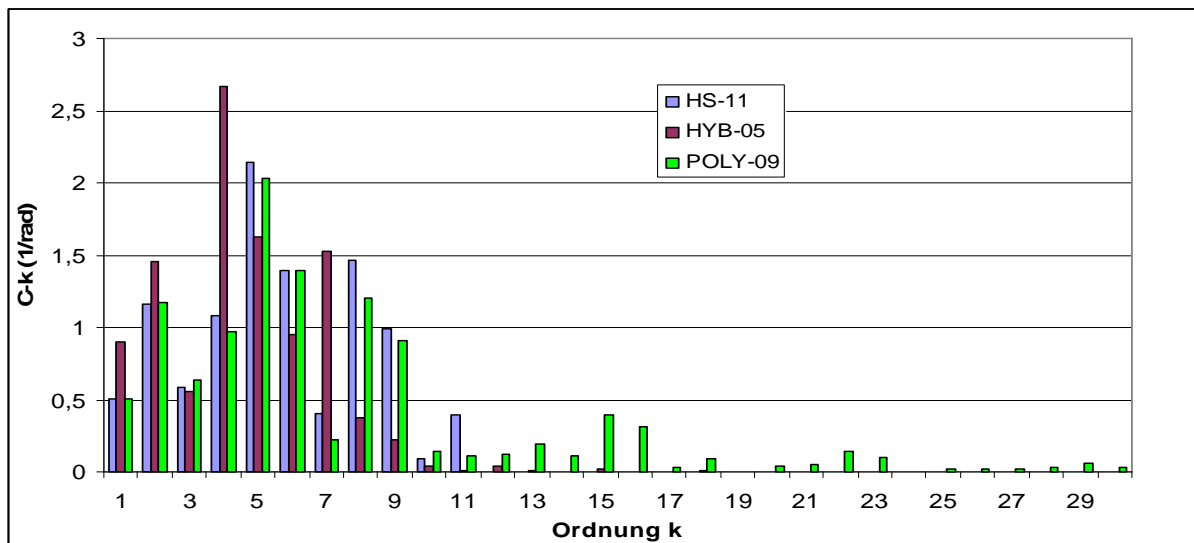


Bild 7: Spektren der Beschleunigungsverläufe (Beispiel 1)

Eine Simulation des dynamischen Verhaltens des in Bild 3 dargestellten Minimalmodells mit den drei Bewegungsvarianten liefert für die geforderte Taktzahl ($10\ 800\ 1/h$) das in Bild 8 dargestellte Ergebnis (Dämpfungsgrad $\delta = 0,05$).

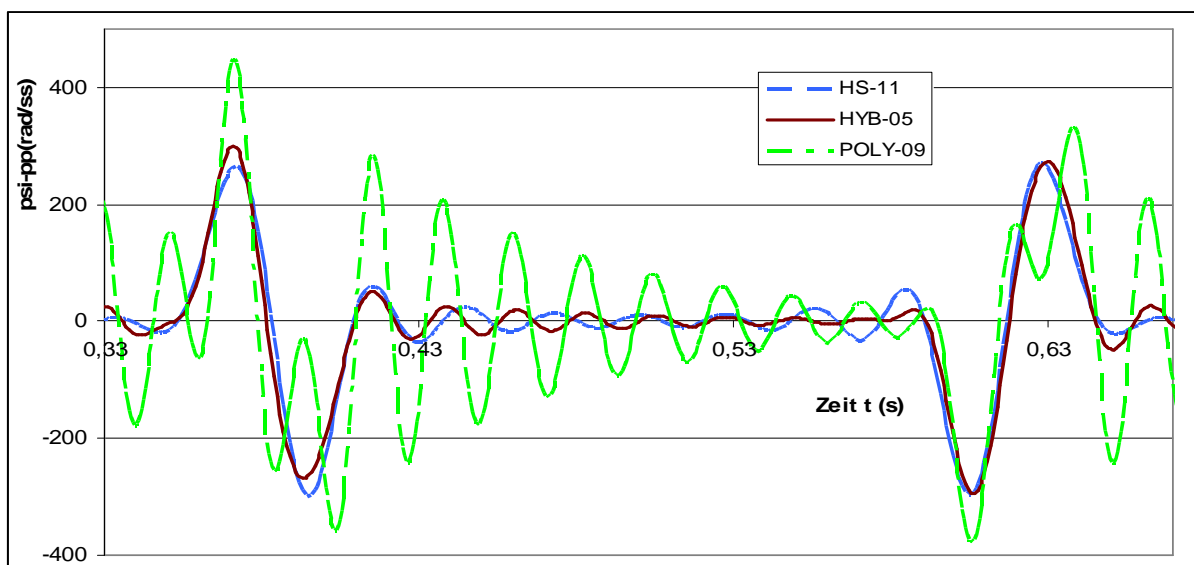


Bild 8: Beschleunigungsverläufe (Ausschnitt) der drei Saugerbewegungen bei einer Taktzahl von $10\ 800\ 1/h$, ($\eta = 0,067$)

Im vorliegenden Fall wird deutlich, dass die hybride Bewegung (HYB-05) in punkto Maximalbeschleunigung mit der HS-Bewegung (HS-11) konkurrieren kann, aber Vorteile wegen weniger Lastspielwechsel im Rastbereich besitzt. Die Polynom-Bewegung (POLY-09) ist bei der geforderten Taktzahl bereits überfordert, weil an den Abschnittsenden deutliche Eigenschwingungen angestoßen werden, die auch die geforderten Rasttoleranzen verletzen (Bild 9).

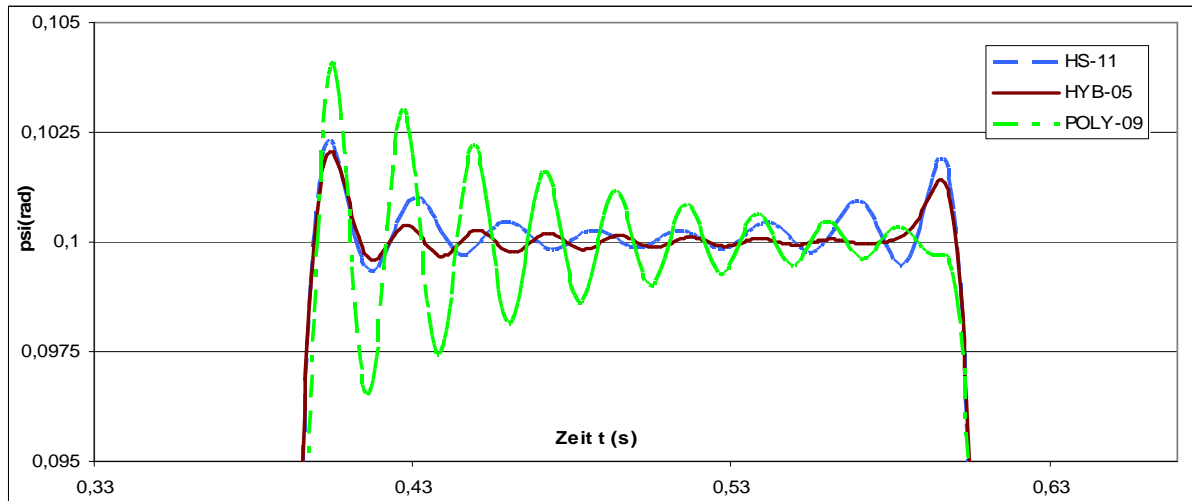


Bild 9: Rastverhalten (Ausschnitt) der drei Saugerbewegungen bei einer Taktzahl von $10\ 800\ 1/h$

4.2 Beispiel 2: Legeschienenbewegung einer Wirkmaschine

Für die Realisierung der Musterung und der erforderlichen Bindungen werden bei Wirkmaschinen die Legeschienen durch die sog. Musterkurvenscheiben in Maschinenquerrichtung angetrieben. Die geforderte Abtriebsbewegung ist durch mehrere kurze Rastabschnitte gekennzeichnet (Bild 10).

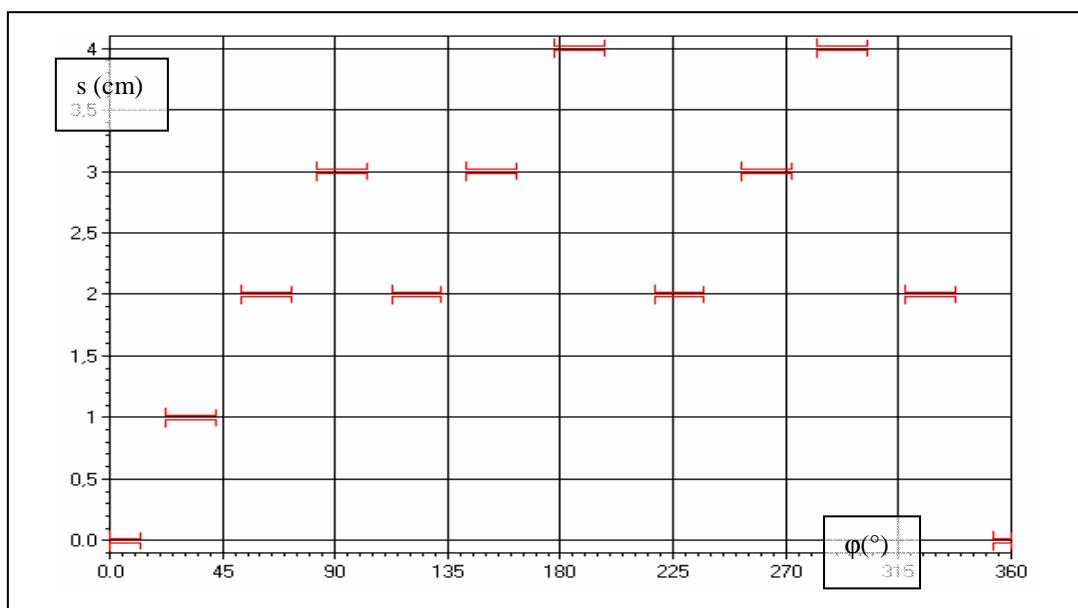


Bild 10: Bewegungsplan für die Legeschienenbewegung (geforderte Rastbereiche rot gekennzeichnet)

Zum Vergleich werden wiederum die drei Varianten (HS-Bewegung, Hybridbewegung, Polynombewegung) herangezogen. Das zur Realisierung der Funktion erforderliche HS-Bewegungsgesetz besteht aus 32 Harmonischen und besitzt die eingangs erwähnte negative Eigenschaft der unterschiedlichen Rastdurchgänge (vgl. Bild 11). Für die Lösung mit hybriden Bewegungen werden wiederum Basisfunktionen mit 5 Harmonischen verwendet, diesmal aber mit unterschiedlichen Rasttoleranzen (0,5% bis 2,0%). Als Polynomgesetz wird erneut das 9. Grades benutzt.

In Bild 11 ist ein Ausschnitt aus dem Bewegungsverhalten gezeigt, in dem insbesondere die Rastdurchgänge zu sehen sind (Ausnutzung der zu beachtenden Rasttoleranz von $\pm 0,2\text{mm}$). Die „Beschleunigungs“-maxima (d.h. die Maxima für die Übertragungsfunktion 2. Ordnung) liegen im konkreten Fall bei 105 cm/rad (HS-32), 100 cm/rad (HYB-05) und 122 cm/rad (POLY-09) (vgl. Bild 12).

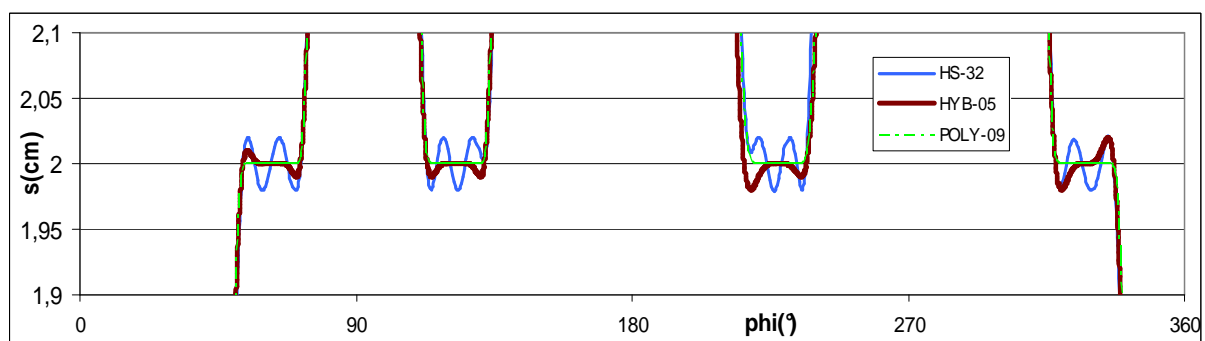


Bild 11: Rastdurchläufe der drei Varianten (Ausschnitt) bei $\eta = 0$

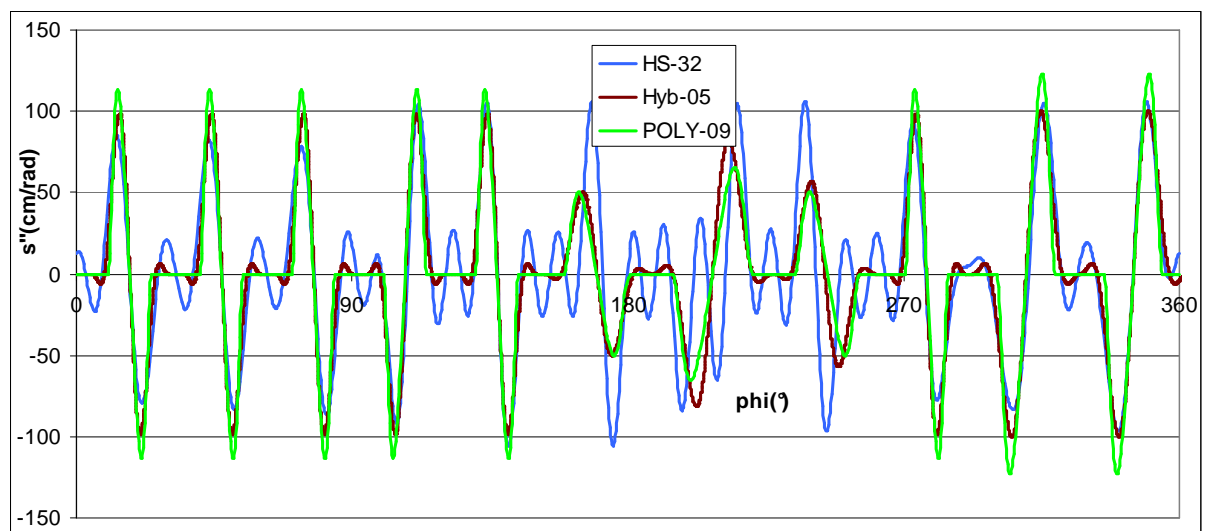


Bild 12: Kinematische „Beschleunigungs“-Verläufe $s''(\varphi)$ der drei Varianten im statischen Fall ($\eta = 0$)

Das in Bild 13 dargestellte Ergebnis der Harmonischen Analyse aller drei „Beschleunigungs“-Verläufe zeigt das prinzipiell gleiche Resultat wie das von Beispiel 1: Die hybride Bewegung besitzt ein paar wenige Harmonische mehr als die HS-Bewegung (hier noch zusätzlich Harmonischen der Ordnungen 33 bis 38), allerdings wesentlich weniger als die POLY-09-Bewegung. Außerdem sind die harmonischen Anteile in den höheren Regionen der HS-Bewegung (29. bis 32. Harmonische) deutlich größer als die der hybriden Bewegung. Das spiegelt sich folglich im dynamischen Verhalten der drei Varianten wider.

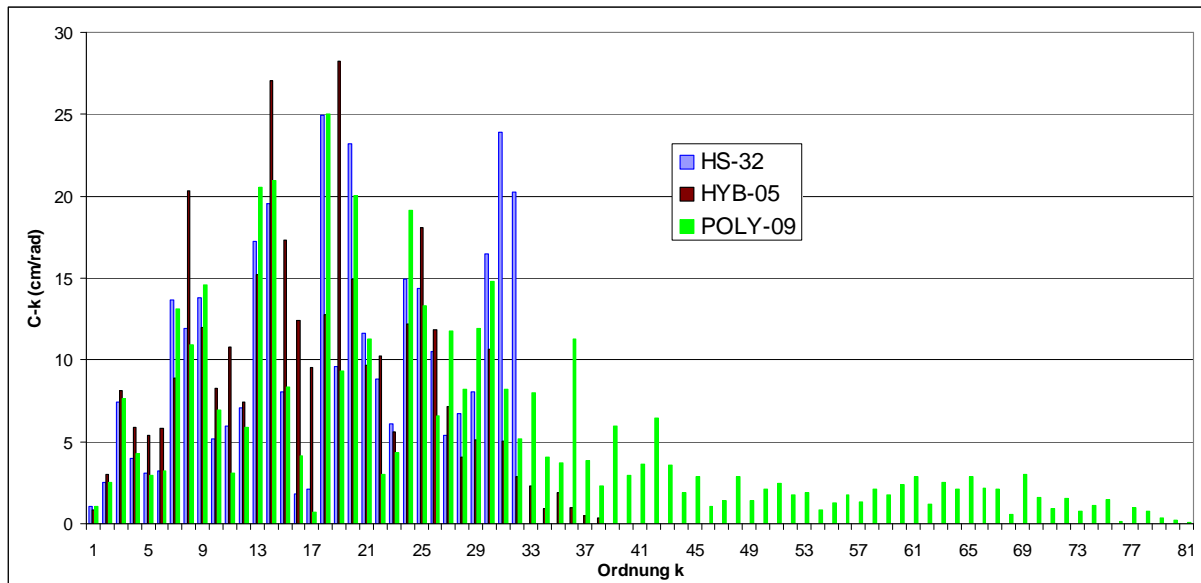


Bild 13: Spektren der Beschleunigungsverläufe (Beispiel 2)

Eine Simulation des dynamischen Verhaltens des in Bild 3 dargestellten Minimalmodells mit den drei Bewegungsvarianten liefert unter Verwendung der Modellparameter $T = 0,33s$, $\eta = 0,02$ und $\delta=0,05$ das in Bild 14 dargestellte Zeitverhalten.

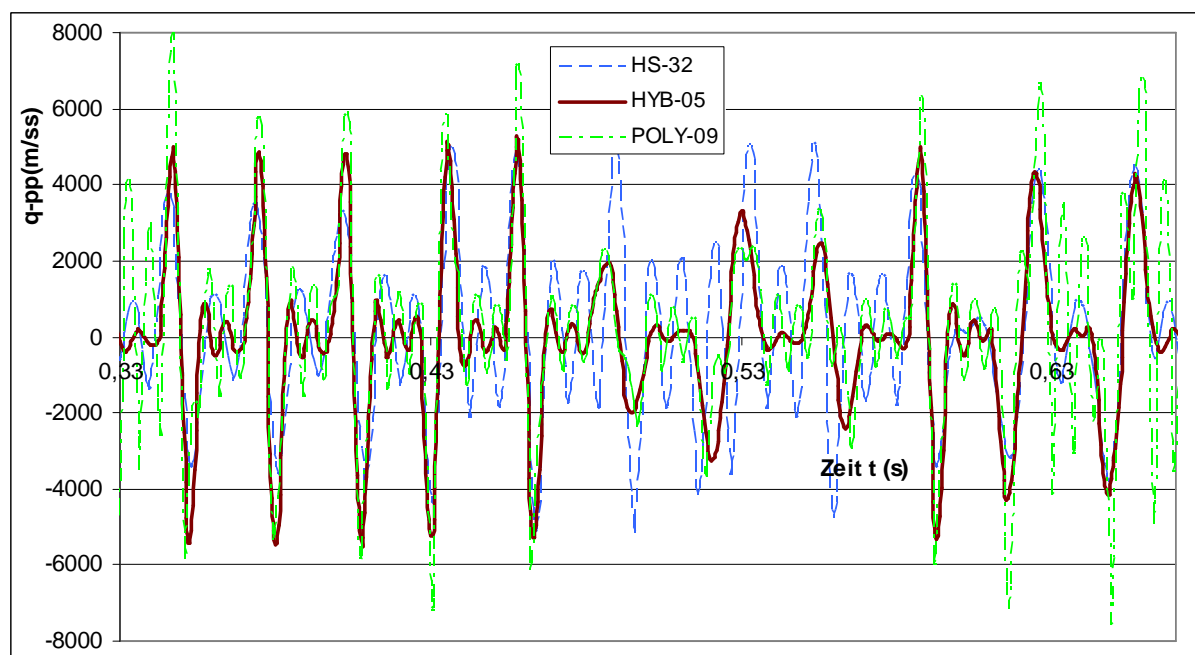


Bild 14: Legeschienenbeschleunigungen am Minimalmodell bei $T = 0,33s$, $\eta = 0,02$ und $\delta=0,05$

In Bild 15 werden die Maxima der Legeschienenbeschleunigungen in Abhängigkeit vom Abstimmungsverhältnis η dargestellt. Man erkennt, dass das HS-Profil lediglich im η -Bereich von $0,020$ bis $0,028$ Vorteile gegenüber der hybriden Variante aufweist. Gegenüber der Polynombewegung hat die Hybridfunktion im gesamten η -Bereich (also im gesamten Antriebsdrehzahlbereich) Vorzüge.

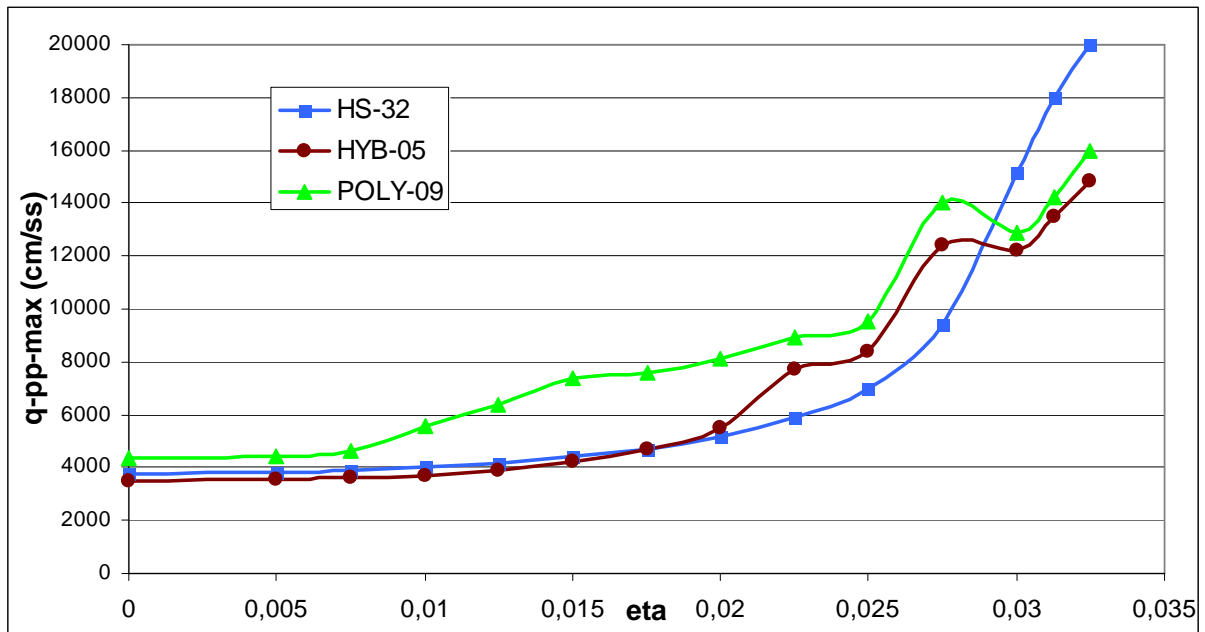


Bild 14: Beschleunigungsmaxima in Abhängigkeit vom Abstimmungsverhältnis η

4. Fazit

Mit den neu entwickelten hybriden Bewegungsgesetzen ist eine Familie von Rast-in-Rast-Bewegungen geschaffen worden, die insbesondere für Übertragungsfunktionen mit langen Rasten und für solche mit vielen Rasten im dynamischen Fall erhebliche Vorteile gegenüber traditionellen Bewegungsgesetzen und im statischen Fall Vorteile gegenüber HS-Bewegungsgesetzen aufweist. Hybride stellen eine sinnvolle Ergänzung und oftmals eine Alternative zu den bisher im Maschinenbau und in der Elektrotechnik eingesetzten Übertragungsfunktionen dar. Eine Erweiterung auf Rast-Umkehr-Funktionen ist vorgesehen.

5. Literatur

- /1/ Lüder, R.: Zur Synthese periodischer Bewegungsgesetze von Mechanismen unter Berücksichtigung von Elastizität und Spiel, VDI-Fortschrittberichte, R. 11, Nr. 225, VDI-Verlag Düsseldorf 1995
- /2/ **mHSL** - Synthese von HS-Bewegungsgesetzen,
<http://www-user.tu-chemnitz.de/~lrock/MHSL/mhsl.html>