

## „Zum dynamischen Verhalten eines Vibratormodells“

### **Teil 1: Herleitung der Bewegungs-Differentialgleichungen**

#### Inhalt:

1. [Einleitung](#)
  2. [Das Berechnungsmodell](#)
    - 2.1 [Modellstruktur und Modellparameter](#)
  3. [Die Bewegungsgleichungen](#)
    - 3.1 [Vorgehensweise](#)
    - 3.2 [Die kinetische Energie T](#)
    - 3.3 [Die potentielle Energie U](#)
    - 3.4 [Die Dissipationsfunktion D](#)
    - 3.5 [Die generalisierten Kräfte  \$Q\_k\$](#)
    - 3.6 [Ableitung der Bewegungsgleichungen](#)
  4. [Ausblick](#)
-

# 1. Einleitung

Das Vibrationsrammen ist eines der wichtigsten Bauverfahren im Tiefbau, bei dem mit Hilfe eines vibrierenden Rammgerätes das Rammgut (z.B. Stützwände, Ufersicherungen, Gründungen etc.) in den Boden eingetrieben wird. Die Schwingungen des Rammgerätes werden durch einen Vibrator erzeugt, in dem zwei oder mehrere, von je einem Motor angetriebene Unwuchten gegenläufig umlaufen.

Ziel der folgenden Untersuchungen ist es, anhand eines Berechnungsmodells das dynamische Verhalten eines solchen Vibrators zu simulieren. Dazu sind

- die Bewegungs-Differentialgleichungen des Vibratormodells herzuleiten,
- eine geeignetes Verfahren zur Lösung dieses Differentialgleichungssystems zu entwickeln und
- dieses Lösungsverfahren in ein lauffähiges Berechnungsprogramm umzusetzen, mit dem das Zeitverhalten des Vibratormodells ermittelt und analysiert werden kann.

Das zu generierende Programm soll dazu beitragen, dass der Anwender in die Lage versetzt wird, das dynamische Verhalten seiner Vibratoren im Voraus zu ermitteln und insbesondere Parameterbereiche zu finden, bei denen die (erwünschte) Selbstsynchronisation der Antriebsbaugruppen (Rotoren) auftritt.

## 2. Das Berechnungsmodell

### 2.1 Modellstruktur und Modellparameter

Bei dem Berechnungsmodell nach Bild 1 handelt es sich um einen allgemein eben bewegten Starrkörper (Vibratorgehäuse) mit den Modellparametern

- Masse  $m_0$
- Schwerpunktlage  $\xi_{S0}, \eta_{S0}$
- Massenträgheitsmoment (MTM) um die Schwereachse,  $J_0^S$

in welchem I (0, 1, 2, (i), ..., I) Rotoren - bestehend aus jeweils einem Unwuchtpaar - umlaufen. Mit der **Light-Version** von **vibSIM1.2** können Modelle bis **maximal zwei Rotoren** berechnet werden.

Von jedem Rotor sei die

- Lage der Drehachse im Gehäuse  $\xi_{Di}, \eta_{Di}$

und das Drehmoment  $M_i^{an}$  des antreibenden Asynchronmotors mit den Parametern

- Synchrondrehzahl  $n_{0i}$
- Kippmoment  $M_i^{kipp}$
- Kippschlupf  $s_i^{kipp}$

bekannt.

Weiterhin wird berücksichtigt, dass die zweite Unwucht des i-ten Rotors eine zusätzliche, zwangsgesteuerte

- Zustellbewegung

$$\alpha_i(t)$$

gegenüber der „Unwucht 1“ ausführen kann (z.B. zur Simulation variabler statischer Momente). Diese Bewegungen (Winkel, Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen) werden als bekannt vorausgesetzt.

Jede der beiden Unwuchten  $j$  ( $j=1,2$ ) pro Rotor ist gekennzeichnet durch:

- |   |   |
|---|---|
| • Unwuchtmasse                            | $m_{ij}$  |
| • Unwuchtradius                           | $e_{ij}$  |
| • Anfangslage der Unwucht (Anfangswinkel) | $\varphi_{i10} \cdot \varphi_{i20} = \varphi_{i10} + \alpha_{i0}$ |
| • MTM der Unwucht um die Schwereachse     | $J_{ij}^S$  |

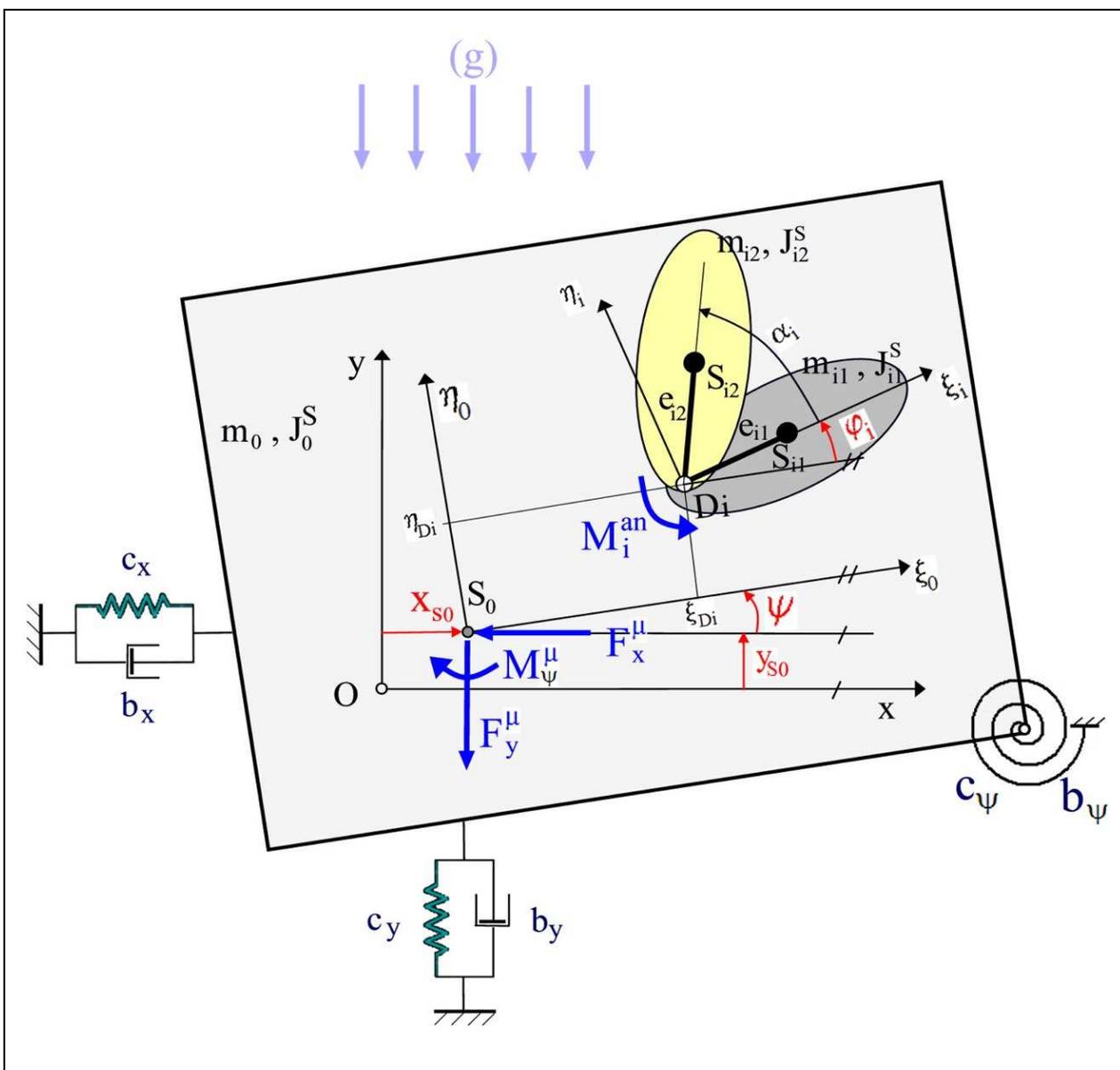


Bild 1: Eben bewegtes Berechnungsmodell des Vibrators in einer ausgelenkten Lage  
Äußere Kraftgrößen sind

- die Reibkräfte in horizontale und vertikale Richtung  $F_x^\mu, F_y^\mu$
- ein Reibmoment in Kipprichtung  $M_\psi^\mu$

Der Vibrator soll (optional) elastisch und gedämpft gelagert sein (Feder-Dämpfer-Elemente). Dazu sind die Kenngrößen

- Federsteifigkeit in vertikale und horizontale Richtung  $c_x, c_y$
- Drehfedersteifigkeit in Kipprichtung  $c_\psi$
- Dämpferkonstante in vertikale und horizontale Richtung  $b_x, b_y$
- Drehdämpferkonstante in Kipprichtung  $b_\psi$

im Modell vorhanden.

Weiterhin wird der Einfluss der Fallbeschleunigung  $g$  auf die

- Rotordrehungen und auf die
- Vibratorkippung (infolge der durch die Rotordrehung veränderlichen Gesamtschwerpunktlage)

berücksichtigt. Die anfängliche Lage des Modells sei eine statische Ruhelage.

Als generalisierte Koordinaten werden die

- horizontale Auslenkung des Vibratorgehäuses,  $x_{s0}$ , die
- vertikale Auslenkung des Vibratorgehäuses,  $y_{s0}$ , die
- Kippbewegung des Gehäuses,  $\psi$  und die
- I (Relativ)-Drehbewegungen der Rotoren  $\varphi_i$  ( $i = 0, 1, \dots, I$ ) im Gehäuse

benutzt.

Das System besitzt demzufolge den Freiheitsgrad  $K = (3+I)$ ; der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten,  $\vec{q}$  lautet:

$$\vec{q} = \{ q_1, q_2, q_3, \dots, q_k, \dots, q_K \}^T = \{ x_{s0}, y_{s0}, \psi, \varphi_1, \dots, \varphi_i, \dots, \varphi_I \}^T \quad (1)$$

### 3. Die Bewegungsgleichungen

#### 3.1 Vorgehensweise

Das zu generierende System von Bewegungsgleichungen wird – auch im Hinblick auf das später anzuwendende Lösungsverfahren (Pseudo-Erregerkraftmethode<sup>\*)</sup>) – in der Form

$$\overline{\mathbf{M}}\ddot{\vec{q}} + \mathbf{B}\dot{\vec{q}} + \mathbf{C}\vec{q} = \vec{f}_t(t) + \vec{f}_{nil}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}) \quad (2)$$

formuliert, mit:

$\overline{\mathbf{M}}$	...	konstanter Teil der Massenmatrix,
$\mathbf{B}$	...	Dämpfungsmatrix,
$\mathbf{C}$	...	Steifigkeitsmatrix,
$\vec{f}_t(t)$	...	Erregerkraftvektor,
$\vec{f}_{nil}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}})$	...	Vektor der nichtlinearen, zustandsabhängigen Pseudo-Erregerkräfte,
$\vec{q}$	...	Vektor der generalisierten Koordinaten,
$t$	...	Zeit.

Die Bewegungsgleichungen (Gl. (2)) für das System werden mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art /1/ aufgestellt, die für das Modell nach Bild 1 in der Form

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_k} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial q_k} \right) + \left( \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} \right) = Q_k \quad , \quad (3)$$

mit:	$T$	...	kinetische Energie des Systems,
	$U$	...	potentielle Energie des Systems,
	$D$	...	Dissipationsfunktion zur Erfassung der geschwindigkeitsproportionalen Dämpferkräfte
	$q_k$	...	k-te (1, ..., k, ..., K) generalisierte Koordinate,
	$Q_k$	...	auf $q_k$ reduzierte, generalisierte Kraft.

formuliert werden können.

Im Folgenden sind also die kinetische Energie, die potentielle Energie und die generalisierten Kraftgrößen zu formulieren und nach dem Lagrangeschen Formalismus (Gl. (3)) abzuleiten.

Zur Beschreibung der Vibrator- und Rotorbewegungen werden folgende Koordinatensysteme benutzt (vgl. Bild 1):

1. Das raumfeste {x,y}-Koordinatensystem als Inertialsystem zur Beschreibung von kinetischer und potentieller Energie.
2. Das gehäuse- (körper)-feste  $\{\xi_0, \eta_0\}$ -Koordinatensystem mit seinem Ursprung im Gehäuseschwerpunkt.
3. Die I rotor- (körper)-festen  $\{\xi_i, \eta_i\}$ -Koordinatensysteme mit ihren Ursprüngen in den jeweiligen Drehachsen  $D_i$ .

---

<sup>\*)</sup> Die nichtlinearen Kraftgrößen werden als Pseudo-Erregerkräfte betrachtet.

### 3.2 Die kinetische Energie T

Die gesamte kinetische Energie T des Systems „Vibrator + Rotoren“ setzt sich aus den Translations- und Rotationsanteilen von Gehäuse ( $T^0$ ) und Antrieben zusammen.

Die kinetische Energie des Gehäuses beträgt:

$$T^0 = \frac{1}{2} \left[ m_0 (\dot{x}_{s0}^2 + \dot{y}_{s0}^2) + J_{s0} \dot{\psi}^2 \right] \quad (4)$$

Die kinetische Energie der I Antriebsrotoren kann in die Translationsenergien der beiden - im jeweiligen Schwerpunkt der Unwuchten angeordneten - Punktmassen und in die Rotationsenergien um diese Schwerpunkte aufgeteilt werden:

$$T^R = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^I \left[ m_{i1} \cdot (\dot{x}_{si1}^2 + \dot{y}_{si1}^2) + J_{i1}^s \cdot (\dot{\psi} + \dot{\varphi}_i)^2 + m_{i2} \cdot (\dot{x}_{si2}^2 + \dot{y}_{si2}^2) + J_{i2}^s \cdot (\dot{\psi} + \dot{\varphi}_i + \dot{\alpha}^i)^2 \right] \right] \quad (5)$$

Zur Herleitung der Geschwindigkeitskomponenten  $\dot{x}_{sij}$  und  $\dot{y}_{sij}$  ( $j=1,2$ ) werden zunächst die Lagekoordinaten der Unwuchtschwerpunkte ( $\xi_{sij}$  und  $\eta_{sij}$ ) im Inertialsystem ermittelt. Sie lauten:

$$\begin{Bmatrix} x_{sij} \\ y_{sij} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi_{sij} \\ \eta_{sij} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_{s0} \\ y_{s0} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Die Koordinaten  $\xi_{sij}$  und  $\eta_{sij}$  kennzeichnen dabei die momentanen Lagen der Punktmassen im vibratorfesten  $\{\xi_0, \eta_0\}$ -Koordinatensystem. Sie sind ausschließlich von der Antriebskoordinate  $\varphi_i$  (und gegebenenfalls von der Zusatzdrehung  $\alpha_i$ ) abhängig. Für den Fall, dass es sich um rein rotierende Bewegungen handelt (also umlaufende Unwuchten), ergeben sie sich zu:

$$\begin{Bmatrix} \xi_{sij} \\ \eta_{sij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_{Di} \\ \eta_{Di} \end{Bmatrix} + e_{ij} \cdot \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_i(t) + (j-1) \cdot \alpha_i(t)) \\ \sin(\varphi_i(t) + (j-1) \cdot \alpha_i(t)) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Da für die Vibratorantriebe auch andere Antriebsmechanismen als einfache Unwuchterreger denkbar (und eventuell vorteilhaft) sind (vgl. z.B. /2/), werden die Gleichungen für allgemeingültige  $\xi_{Si}(\varphi_i, \alpha_i)$  und  $\eta_{Si}(\varphi_i, \alpha_i)$  hergeleitet (und später auch programmiert).

Die Ableitung der Lagekoordinaten (Gl. (6) nach der Zeit  $t$  führt auf die gesuchten

Geschwindigkeitskomponenten  $\dot{x}_{sij}$  und  $\dot{y}_{sij}$ :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{sij} \\ \dot{y}_{sij} \end{Bmatrix} = (\dot{\varphi}_i + (j-1) \cdot \dot{\alpha}_i) \cdot \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi'_{sij} \\ \eta'_{sij} \end{Bmatrix} - \dot{\psi} \cdot \begin{bmatrix} \sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi_{sij} \\ \eta_{sij} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{x}_{s0} \\ \dot{y}_{s0} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Für die „Unwucht 1“ eines jeden Rotors gilt demzufolge:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{Si1} \\ \dot{y}_{Si1} \end{Bmatrix} = \dot{\varphi}_i \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi'_{Si1} \\ \eta'_{Si1} \end{Bmatrix} - \dot{\psi} \cdot \begin{bmatrix} \sin\psi & -\cos\psi \\ \cos\psi & \sin\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi_{Si1} \\ \eta_{Si1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{x}_{s0} \\ \dot{y}_{s0} \end{Bmatrix}, \quad (8a)$$

für die „Unwucht 2“ :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{Si2} \\ \dot{y}_{Si2} \end{Bmatrix} = (\dot{\varphi}_i + \dot{\alpha}_i) \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi'_{Si2} \\ \eta'_{Si2} \end{Bmatrix} - \dot{\psi} \cdot \begin{bmatrix} \sin\psi & -\cos\psi \\ \cos\psi & \sin\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi_{Si2} \\ \eta_{Si2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{x}_{s0} \\ \dot{y}_{s0} \end{Bmatrix}. \quad (8b)$$

Für den konkreten Fall der „reinen“ Unwuchterregungen sind:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{Si1} &= \xi_{Di} + e_{i1} \cdot \cos(\varphi_i) & \xi'_{Si1} &= -e_{i1} \cdot \sin(\varphi_i) \\ \eta_{Si1} &= \eta_{Di} + e_{i1} \cdot \sin(\varphi_i) & \eta_{Si1} &= e_{i1} \cdot \cos(\varphi_i) \\ \xi_{Si2} &= \xi_{Di} + e_{i2} \cdot \cos(\varphi_i + \alpha_i) & \xi'_{Si2} &= -e_{i2} \cdot \sin(\varphi_i + \alpha_i) \\ \eta_{Si2} &= \eta_{Di} + e_{i2} \cdot \sin(\varphi_i + \alpha_i) & \eta'_{Si2} &= e_{i2} \cdot \cos(\varphi_i + \alpha_i) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Bei Verwendung anderer Antriebsmechanismen sind die  $\xi_{Si}$  und  $\eta_{Si}$  und deren Ableitungen z.B. durch Fourierreihen beschreibbar.

### 3.3 Die potentielle Energie U

Es wird davon ausgegangen, dass die Anfangslage des Modells eine statische Ruhelage ist. Die potentielle Energie setzt sich aus einem Anteil  $U^c$ , der die Arbeit der Feder-Elemente beschreibt und einem Anteil  $U^g$ , der die Hubarbeit der Unwuchtmassen gegen die Schwerkraft charakterisiert, zusammen.

Die potentielle Energie der Aufstellfedern beträgt:

$$U^c = \frac{1}{2} (c_x \cdot x_{s0}^2 + c_y \cdot y_{s0}^2 + c_\psi \cdot \psi^2) \quad (10)$$

Die bewegten Unwuchten bewirken eine Änderung der potentiellen Energie des Systems. Ausgehend vom Anfangszustand als Nullniveau lautet sie:

$$U^g = g \cdot \sum_{i=1}^I [m_{i1} \cdot (y_{Si1} - y_{Si10}) + m_{i2} \cdot (y_{Si2} - y_{Si20})] \quad (11)$$

mit den  $y_{Sij}$ -Koordinaten ( $j=1, 2$ ) nach Gl. (6b) und den  $y_{Sij0}$ -Koordinaten zum Anfangszeitpunkt  $t = t_0 = 0$  (jeweils im raumfesten  $\{x, y\}$ -Koordinatensystem).

### 3.4 Die Dissipationsfunktion $D$

Mit Hilfe der Dissipationsfunktion  $D$  können die geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungseinflüsse der Feder-Dämpfer-Elemente erfasst werden. Sie lautet:

$$D = \frac{1}{2} (b_x \cdot \dot{x}_{s0}^2 + b_y \cdot \dot{y}_{s0}^2 + b_\psi \cdot \dot{\psi}^2) \quad (12)$$

### 3.5 Die generalisierten Kräfte $Q_k$

Führungs- und Lagerkräfte zwischen Rotoren und Gehäuse können für die Herleitung der Bewegungsgleichungen unberücksichtigt bleiben, da sie immer paarweise auftreten und sich gegenseitig aufheben. Sie sind innere Kraftgrößen und haben auf die Bewegung des Gehäuses keinen Einfluss. Das trifft insbesondere auf die Rotorantriebsmomente  $M_i^{an}$  zu, deren Wirkungen lediglich auf die Antriebskoordinaten  $\varphi_i$  zu berücksichtigen sind.

Die weiteren wirksamen verallgemeinerten Kraftgrößen, die nach dem „Prinzip der virtuellen Arbeit“ (Summe der Arbeiten aller eingeprägten äußeren Kräfte und Momente sind Null.) hergeleitet werden können, sind die Reibkräfte bzw. –momente. Somit lautet der Vektor der generalisierten äußeren Kräfte:

$$\vec{Q} = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_K\}^T = \{-F_x^\mu, -F_y^\mu, -M_\psi^\mu, M_1^{an}, M_2^{an}, \dots, M_I^{an}\}^T \quad (13)$$

In einer ersten Ausbaustufe wird trockene Reibung (mit konstanter Reibkraft bzw. konstantem Reibmoment) berücksichtigt:

Die Reibkraftgrößen betragen dann:

$$\left. \begin{aligned} F_x^\mu(\dot{x}_{s0}) &= \mu_x \cdot F_0 \cdot \text{sgn}(\dot{x}_{s0}), \\ F_y^\mu(\dot{y}_{s0}) &= \mu_y \cdot F_0 \cdot \text{sgn}(\dot{y}_{s0}), \\ M_\psi^\mu(\dot{\psi}) &= \mu_\psi \cdot M_0 \cdot \text{sgn}(\dot{\psi}). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Die von den Hydromotoren aufgebrachten  $I$  Rotor-Antriebsmomente  $M_i^{an}$  ( $1, 2, \dots, i, \dots, I$ ) ergeben sich zu:

$$M_i^{an} = \pm \frac{1}{2\pi} \cdot (V_i^{an} \cdot p_i^{an}) \quad (15a)$$

mit den Parametern Schluckvolumen  $V_i^{an}$  und Betriebsdruck  $p_i^{an}$ . Das Vorzeichen in Gl. (15) gibt die Drehrichtung des Rotors an („+“ : mathematisch positiver Drehsinn). (Version 1.0 und 1.1)

V.1.2: Das Antriebsmoment des Asynchronmotors ergibt sich aus der statischen Kennlinie (Kloß'sche Formel)

$$M_i^{an} = \frac{2 \cdot M_i^{kipp}}{\frac{s_i}{s_i^{kipp}} + \frac{s_i^{kipp}}{s_i}}, \quad (15b)$$

mit  $M_i^{kipp}$  ...Kippmoment,  $s_i^{kipp}$  ... Kippschlupf,  $s_i$  ... aktueller Schlupf.

### 3.6 Ableitung der Bewegungsgleichungen

Die Anwendung des Lagrangeschen Operators (Gl. (3)) liefert das System der  $K$  Bewegungs-Differentialgleichungen.

Bei der Ableitung der kinetischen und potentiellen Energien nach der Lagrangeschen Vorschrift wird davon ausgegangen, dass die Kippkoordinate  $\psi$  des Gehäuses klein ist. Das hat zur Folge, dass in den Bewegungsgleichungen vorkommende Ausdrücke, die Produkte dieser Koordinate mit sich selbst (z.B.  $\psi^2$ ) oder mit deren zeitlichen Ableitungen (z.B.

$\psi \cdot \dot{\psi}$ ) enthalten, vernachlässigt werden können und bringt einige Vorteile bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen.

Die Bewegungsgleichungen in der Form von Gl. (2) werden im Folgenden so detailliert aufgeschrieben, dass sie später programmiert und damit im Zeitbereich gelöst werden können.

Die Ableitung der kinetischen Energie führt auf eine zustandsabhängige Massenmatrix und einen nichtlinearen (ebenfalls zustandsabhängigen) Vektor der Zentrifugal- und Corioliskräfte

bzw. -momente ( $\vec{f}_z(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$ ). Die Massenmatrix wird in einen konstanten ( $\vec{M}$ ) und einen

variablen Anteil ( $\vec{M}(\vec{q})$ ) getrennt. Der variable Anteil wird ebenso wie der Vektor der Zentrifugal- und Corioliskräfte bzw. -momente in den Vektor der Pseudo-Erregerkräfte

( $\vec{f}_{nil}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}})$ ) in Gl. (3)) eingefügt. Die Ableitung der potentiellen Energie führt auf die Steifigkeitsmatrix  $C$  und einen wiederum zustandsabhängigen Kraft- bzw. Momentenvektor

$\vec{f}_g(\vec{q})$ , der den Einfluss der Fallbeschleunigung  $g$  berücksichtigt.

Eine zusätzliche Besonderheit bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen besteht darin, dass für die jeweilige „Unwucht 2“ eines jeden Rotors die relative Zusatzdrehung  $\alpha_i(t)$  zu berücksichtigen ist. Man kann die zustandsabhängigen Kraft- und Momentenanteile, die aus der Bewegung dieser Punktmassen herrühren, auf die gleiche Weise erfassen, wie die von der

„Unwucht 1“ verursachten Anteile, wenn man im Koordinatenvektor  $\vec{q}$  die Komponenten  $\varphi_i$  durch  $(\varphi_i + \alpha_i)$  ersetzt. Der somit entstandene Hilfsvektor  $\vec{q}_\alpha$

$$\vec{q}_\alpha = \{x_{s_0}, y_{s_0}, \psi, (\varphi_1 + \alpha_1), (\varphi_2 + \alpha_2), \dots, (\varphi_i + \alpha_i), \dots, (\varphi_l + \alpha_l)\}^T \quad (16)$$

und dessen zeitliche Ableitungen  $\dot{\vec{q}}_\alpha$  und  $\ddot{\vec{q}}_\alpha$  werden benutzt, um die von „Unwucht 2“ verursachten nichtlinearen Kräfte und Momente zu berechnen.

Somit setzt sich  $\vec{f}_{nil}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}})$  aus folgenden Einzelkomponenten zusammen:

$$\vec{f}_{nil}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}) = -\tilde{\mathbf{M}}_1 \cdot \ddot{\vec{q}} - \tilde{\mathbf{M}}_2 \cdot \ddot{\vec{q}}_\alpha - \vec{f}_{z1}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) - \vec{f}_{z2}(\vec{q}_\alpha, \dot{\vec{q}}_\alpha) - \vec{f}_{g1}(\vec{q}) - \vec{f}_{g2}(\vec{q}_\alpha) + \vec{Q}(t, \vec{q}, \dot{\vec{q}}) \quad (17)$$

Der Vektor der **nur** zeitabhängigen Erregerkräfte  $\vec{f}_i(t)$  beinhaltet die Komponenten, die (ausschließlich) mit den zwangsgesteuerten Zustellbewegungen  $\alpha_i(t)$  in Verbindung stehen.

Im Einzelnen ergeben sich die in den Gln. (2) und (17) aufgeführten Matrizen und Kraftvektoren zu:

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix}
m_0 + \sum_{i=1}^I (m_{i1} + m_{i2}) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& m_0 + \sum_{i=1}^I (m_{i1} + m_{i2}) & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & J_{S0} + \sum_{i=1}^I (J_{Si1} + J_{Si2}) & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & & J_{S11} + J_{S12} & 0 & \dots & 0 \\
& & & & J_{S21} + J_{S22} & \dots & 0 \\
& & & & & \ddots & \\
& & & & & & J_{SI1} + J_{SI2}
\end{bmatrix} \quad (18)$$

*symmetrisch*

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
b_x & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& b_y & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & b_\psi & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & & & 0 & \dots & 0 \\
& & & & & \ddots & \\
& & & & & & 0
\end{bmatrix} \quad (19)$$

*symm.*

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix}
c_x & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& c_y & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & c_\psi & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & & 0 & 0 & \dots & 0 \\
& & & & 0 & \dots & 0 \\
& & & & & \ddots & \\
& & & & & & 0
\end{bmatrix} \quad (20)$$

*symm.*

$$\tilde{\mathbf{M}}_1 = \begin{bmatrix}
0 & 0 & -\sum_{i=1}^I m_{i1} \cdot \eta_{Si1} & m_{11} \cdot (\xi'_{S11} - \psi \cdot \eta'_{S11}) & m_{21} \cdot (\xi'_{S21} - \psi \cdot \eta'_{S21}) & \dots & m_{T1} \cdot (\xi'_{ST1} - \psi \cdot \eta'_{ST1}) \\
0 & 0 & \sum_{i=1}^I m_{i1} \cdot \xi_{Si1} & m_{11} \cdot (\eta'_{S11} + \psi \cdot \xi'_{S11}) & m_{21} \cdot (\eta'_{S21} + \psi \cdot \xi'_{S21}) & \dots & m_{T1} \cdot (\eta'_{ST1} + \psi \cdot \xi'_{ST1}) \\
\sum_{i=1}^I m_{i1} \cdot (\xi_{Si1}^2 + \eta_{Si1}^2) & m_{11} \cdot [\xi'_{S11} \cdot (\psi \cdot \xi_{S11} - \eta_{S11}) + \eta'_{S11} \cdot (\psi \cdot \eta_{S11} + \xi_{S11})] & m_{21} \cdot [\xi'_{S21} \cdot (\psi \cdot \xi_{S21} - \eta_{S21}) + \eta'_{S21} \cdot (\psi \cdot \eta_{S21} + \xi_{S21})] & \dots & m_{T1} \cdot [\xi'_{ST1} \cdot (\psi \cdot \xi_{ST1} - \eta_{ST1}) + \eta'_{ST1} \cdot (\psi \cdot \eta_{ST1} + \xi_{ST1})] \\
& m_{11} \cdot (\xi_{S11}'^2 + \eta_{S11}'^2) & 0 & \dots & 0 \\
& & m_{21} \cdot (\xi_{S21}'^2 + \eta_{S21}'^2) & \dots & 0 \\
& & & \dots & \\
& & & & \dots & & \\
& & & & & & m_{T1} \cdot (\xi_{ST1}'^2 + \eta_{ST1}'^2)
\end{bmatrix} \quad (21)$$

*symm*

$$\tilde{\mathbf{M}}_2 = \begin{bmatrix}
0 & 0 & -\sum_{i=1}^I m_{i2} \cdot \eta_{Si2} & m_{12} \cdot (\xi'_{S12} - \psi \cdot \eta'_{S12}) & m_{22} \cdot (\xi'_{S22} - \psi \cdot \eta'_{S22}) & \dots & m_{T2} \cdot (\xi'_{ST2} - \psi \cdot \eta'_{ST2}) \\
0 & 0 & \sum_{i=1}^I m_{i2} \cdot \xi_{Si2} & m_{12} \cdot (\eta'_{S12} + \psi \cdot \xi'_{S12}) & m_{22} \cdot (\eta'_{S22} + \psi \cdot \xi'_{S22}) & \dots & m_{T2} \cdot (\eta'_{ST2} + \psi \cdot \xi'_{ST2}) \\
\sum_{i=1}^I m_{i2} \cdot (\xi_{Si2}^2 + \eta_{Si2}^2) & m_{12} \cdot [\xi'_{S12} \cdot (\psi \cdot \xi_{S12} - \eta_{S12}) + \eta'_{S12} \cdot (\psi \cdot \eta_{S12} + \xi_{S12})] & m_{22} \cdot [\xi'_{S22} \cdot (\psi \cdot \xi_{S22} - \eta_{S22}) + \eta'_{S22} \cdot (\psi \cdot \eta_{S22} + \xi_{S22})] & \dots & m_{T2} \cdot [\xi'_{ST2} \cdot (\psi \cdot \xi_{ST2} - \eta_{ST2}) + \eta'_{ST2} \cdot (\psi \cdot \eta_{ST2} + \xi_{ST2})] \\
& m_{12} \cdot (\xi_{S12}'^2 + \eta_{S12}'^2) & 0 & \dots & 0 \\
& & m_{22} \cdot (\xi_{S22}'^2 + \eta_{S22}'^2) & \dots & 0 \\
& & & \dots & \\
& & & & \dots & & \\
& & & & & & m_{T2} \cdot (\xi_{ST2}'^2 + \eta_{ST2}'^2)
\end{bmatrix} \quad (22)$$

*symm*

$$\vec{f}_{z1} = \left\{ \begin{array}{ll} -2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i \cdot \eta'_{Si1} & + \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i^2 \cdot (\xi''_{Si1} - \psi \cdot \eta''_{Si1}) \\ 2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i \cdot \xi'_{Si1} & + \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i^2 \cdot (\eta''_{Si1} + \psi \cdot \xi''_{Si1}) \\ 2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i \cdot (\xi_{Si1} \cdot \xi'_{Si1} + \eta_{Si1} \cdot \eta'_{Si1}) & + \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot \dot{\phi}_i^2 \cdot (\eta''_{Si1} \cdot \xi_{Si1} - \xi''_{Si1} \cdot \eta_{Si1}) \\ m_{11} \cdot \dot{\phi}_1^2 \cdot (\xi''_{S11} \cdot \xi'_{S11} + \eta''_{S11} \cdot \eta'_{S11}) & \\ m_{21} \cdot \dot{\phi}_2^2 \cdot (\xi''_{S21} \cdot \xi'_{S21} + \eta''_{S21} \cdot \eta'_{S21}) & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ m_{l1} \cdot \dot{\phi}_l^2 \cdot (\xi''_{Sl1} \cdot \xi'_{Sl1} + \eta''_{Sl1} \cdot \eta'_{Sl1}) & \end{array} \right\} \quad (23)$$

$$\vec{f}_{z2} = \left\{ \begin{array}{ll} -2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i) \cdot \eta'_{Si2} & + \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i)^2 \cdot (\xi''_{Si2} - \psi \cdot \eta''_{Si2}) \\ 2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i) \cdot \xi'_{Si2} & + \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i)^2 \cdot (\eta''_{Si2} + \psi \cdot \xi''_{Si2}) \\ 2 \cdot \psi \cdot \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i) \cdot (\xi_{Si2} \cdot \xi'_{Si2} + \eta_{Si2} \cdot \eta'_{Si2}) & + \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot (\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}_i)^2 \cdot (\eta''_{Si2} \cdot \xi_{Si2} - \xi''_{Si2} \cdot \eta_{Si2}) \\ m_{12} \cdot (\dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_1)^2 \cdot (\xi''_{S12} \cdot \xi'_{S12} + \eta''_{S12} \cdot \eta'_{S12}) & \\ m_{22} \cdot (\dot{\phi}_2 + \dot{\alpha}_2)^2 \cdot (\xi''_{S22} \cdot \xi'_{S22} + \eta''_{S22} \cdot \eta'_{S22}) & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ m_{l2} \cdot (\dot{\phi}_l + \dot{\alpha}_l)^2 \cdot (\xi''_{Sl2} \cdot \xi'_{Sl2} + \eta''_{Sl2} \cdot \eta'_{Sl2}) & \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\bar{f}_{g1} = g \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^l m_{i1} \cdot [(\xi_{Si1} - \xi_{Si10}) - \psi \cdot (\eta_{Si1} - \eta_{Si10})] \\ m_{11} \cdot (\psi \cdot \xi'_{S11} + \eta'_{S11}) \\ m_{21} \cdot (\psi \cdot \xi'_{S21} + \eta'_{S21}) \\ \vdots \\ \vdots \\ m_{l1} \cdot (\psi \cdot \xi'_{Sl1} + \eta'_{Sl1}) \end{array} \right\} \quad (25)$$

$$\bar{f}_{g2} = g \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^l m_{i2} \cdot [(\xi_{Si2} - \xi_{Si20}) - \psi \cdot (\eta_{Si2} - \eta_{Si20})] \\ m_{12} \cdot (\psi \cdot \xi'_{S12} + \eta'_{S12}) \\ m_{22} \cdot (\psi \cdot \xi'_{S22} + \eta'_{S22}) \\ \vdots \\ \vdots \\ m_{l2} \cdot (\psi \cdot \xi'_{Sl2} + \eta'_{Sl2}) \end{array} \right\} \quad (26)$$

$$\bar{Q} = \left\{ \begin{array}{c} -\mu_x \cdot F_0 \cdot \text{sgn}(\dot{x}_{s0}) \\ -\mu_y \cdot F_0 \cdot \text{sgn}(\dot{y}_{s0}) \\ -\mu_\psi \cdot M_0 \cdot \text{sgn}(\dot{\psi}_{s0}) \\ \pm \frac{1}{2\pi} \cdot (V_1^{an} \cdot p_1^{an}) \\ \pm \frac{1}{2\pi} \cdot (V_2^{an} \cdot p_2^{an}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \pm \frac{1}{2\pi} \cdot (V_l^{an} \cdot p_l^{an}) \end{array} \right\} \quad (27)$$

$$\bar{f}_t(t) = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -J_{S12} \cdot \ddot{\alpha}_1(t) \\ -J_{S22} \cdot \ddot{\alpha}_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ -J_{Sl2} \cdot \ddot{\alpha}_l(t) \end{array} \right\} \quad (28)$$

#### 4. Ausblick

Mit den Gleichungen (2) und (17) bis (28) wird das dynamische Verhalten des Vibratormodells nach Bild 1 vollständig beschrieben. Gl. (2) stellt aus mathematischer Sicht ein Anfangswertproblem dar, bei dem nach Vorgabe der Anfangsauslenkungen  $\vec{q}_0 = \vec{q}(t_0)$  und Geschwindigkeiten  $\dot{\vec{q}}_0 = \dot{\vec{q}}(t_0)$  zu einem Startzeitpunkt  $t_0$  das Differentialgleichungssystem (2) durch schrittweise numerische Integration im Zeitbereich gelöst wird.

Dazu wird das in /3/ erstellte – damals auf ECER 1040-Technik gelaufene – Programm TANDYS (**T**ransiente **A**nalyse **d**ynamischer **S**ysteme) reaktiviert und an das Problem und die neue Technik angepasst. Das zu generierende Lösungsprogramm stellt den Berechnungskern dar, der von einer Eingabeoberfläche und einer anwenderfreundlichen Ergebnisausgabe eingebettet wird.

Es wird angestrebt, dass das Schwingungsverhalten eines Vibrators mit bis zu 8 Rotoren mit maximal je zwei Unwuchten berechnet werden kann.

#### Literatur

/1/ Fischer, U., Stephan, W.: Prinzipien und Methoden der Dynamik, VEB Fachbuchverlag Leipzig 1972

/2/ Dresig, U., Rodionov, P., Weiß, J.: Koppelgetriebe für vorgegebenen Erregerkraftverlauf, Forschungsbericht TU Chemnitz, Institut f. Mechanik, Professur Maschinendynamik, 1999

/3/ Kaltoven, K.: Berechnungsmethoden für transiente, lokal nichtlineare dynamische Systeme und ihre Anwendung, Diss. A, TH Karl-Marx-Stadt, 1986

## „Zum dynamischen Verhalten eines Vibratormodells“

Teil 2:

### ***vibSIM***

Simulation des dynamischen Verhaltens eines ebenen  
Vibratormodells  
Programmbeschreibung für den Anwender

Inhalt:

1. [Einleitung , Untersuchungsobjekt](#)
2. [Lösungsweg, Projekt- und Modellparameter](#)
  - 2.1 [Zeitintegration](#)
  - 2.2 [Projektdateien](#)
  - 2.3 [Modellparameter](#)
    - 2.3.1 [Gehäusedaten](#)
    - 2.3.2 [Rotor- und Motordaten](#)
    - 2.3.3 [Excenterdaten](#)
    - 2.3.4 [Zustellbewegungen](#)
    - 2.3.5 [Aufstellparameter](#)
    - 2.3.6 [Reibungsparameter](#)
  - 2.4 [Berechnung](#)
  - 2.5 [Darstellung der Ergebnisse](#)
3. [Programmstruktur](#)
4. [Allgemeingültige Benutzungshinweise](#)
5. [Literatur](#)

[Anlage 1: Aufbau der Datensätze einer .vsp-Datei](#)

---

## 1. Einleitung, Untersuchungsobjekt

Das Berechnungsmodell eines Vibrators besteht aus einem allgemein eben bewegten, elastisch aufgestellten starren Körper, in welchem bis zu acht Rotoren in der Ebene umlaufen können (vgl. /1/, Bild 1). Angetrieben werden die Rotoren durch jeweils einen Hydromotor, und an jedem der Rotoren befinden sich maximal zwei Excenter (Unwuchten). Der jeweils zweite Excenter eines Rotors kann durch eine kinematisch vorgegebene Zustellbewegung relativ zur Lage des jeweils ersten Excenters eines Rotors verdreht werden. Außerdem können die Wirkungen von Fallbeschleunigung und trockener Reibung berücksichtigt werden. In /1/ wurden die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems aufgestellt; **vibSIM** löst diese Gleichungen im Zeitbereich. Berechnungsergebnisse sind die Zeitverläufe der Vibratorauslenkungen und der Rotordrehungen sowie deren ersten und zweiten zeitlichen Ableitungen.

## 2. Lösungsweg, Projekt- und Modellparameter

### 2.1 Zeitintegration

Die Lösung des in /1/ erstellten Systems nichtlinearer Bewegungsdifferentialgleichungen für den Vibrator stellt aus mathematischer Sicht die Lösung eines Anfangswertproblems

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0$$

dar und wird durch numerische schrittweise Integration im Zeitbereich realisiert. Das System der Bewegungsgleichungen wird nach der „pseudo force approach“ formuliert (vgl. /1/, Gl.(2)), wonach alle nichtlinearen, zustandsabhängigen Kraftgrößen als „Pseudoerregerkräfte“ berücksichtigt werden.

Als Integratoren stehen in **vibSIM** das Verfahren von NEWMARK (mit den verfahrenseigenen Parametern  $\beta = 0,25$  und  $\delta = 0,5$ ) und BDF-Verfahren (backward difference formulare) der Ordnungen 1 bis 3 (1 ... EULER- rückwärts, 2 ... GEAR, 3 ... PARK) zur Verfügung (vgl. hierzu /2/, Abschnitt 2). Die Verwendung dieser impliziten Integrationsmethoden führt dazu, dass zu jedem Zeitschritt ein nichtlineares algebraisches Gleichungssystem (im konkreten Fall der Ordnung  $(3+ nr)$ ,  $nr$  ... Anzahl der Rotoren) zu lösen ist. Für dessen Lösung stehen in **vibSIM** zwei Methoden zur Verfügung:

1. ein ableitungsfreies Sekantenverfahren
2. ein Verfahren mit Konvergenzbeschleunigung

(vgl. hierzu ebenfalls /2/, Abschnitt 2). Beide sind iterative Verfahren, und die Berechnung wird erst dann fortgesetzt (nächster Zeitschritt), wenn nach einer festgesetzten Anzahl von Iterationen eine vom Anwender vorgegebene Konvergenzschranke erreicht worden ist. Ist das nicht der Fall, dann wird der Berechnungsschritt nicht akzeptiert, die Integrationsschrittweite wird halbiert (bzw. die Ordnung des BDF-Verfahrens wird vermindert) und ein neuer Versuch gestartet. In **vibSIM** kann bei Problemen mit der Genauigkeit oder der Konvergenz die anfängliche Integrationsschrittweite bis zu vier Mal halbiert werden.

## 2.2 Projektdaten

In den Bildern 1 und 2 ist dargestellt, wie sich **vibSIM** für die Eingabe der Projektdaten präsentiert. Der Nutzer hat nach dem Öffnen einer *.vsp*-Projektdatei (*File* → *Open*) oder dem Erstellen eines neuen Projektes (*Edit* → *New Project*) zunächst die Parameter (vgl. Bild 1):

- Anfangszeitpunkt (in [s])
- Endzeitpunkt in [s] und
- Ausgabeschrittweite in [s]

zu spezifizieren. Für die Wahl der Ausgabeschrittweite wird empfohlen, dass sie nicht größer als ca. 1/1000 der Differenz von Endzeitpunkt minus Anfangszeitpunkt ist. Der Endzeitpunkt sollte größer als der Anfangszeitpunkt sein, und die Ausgabeschrittweite darf nicht negativ sein.

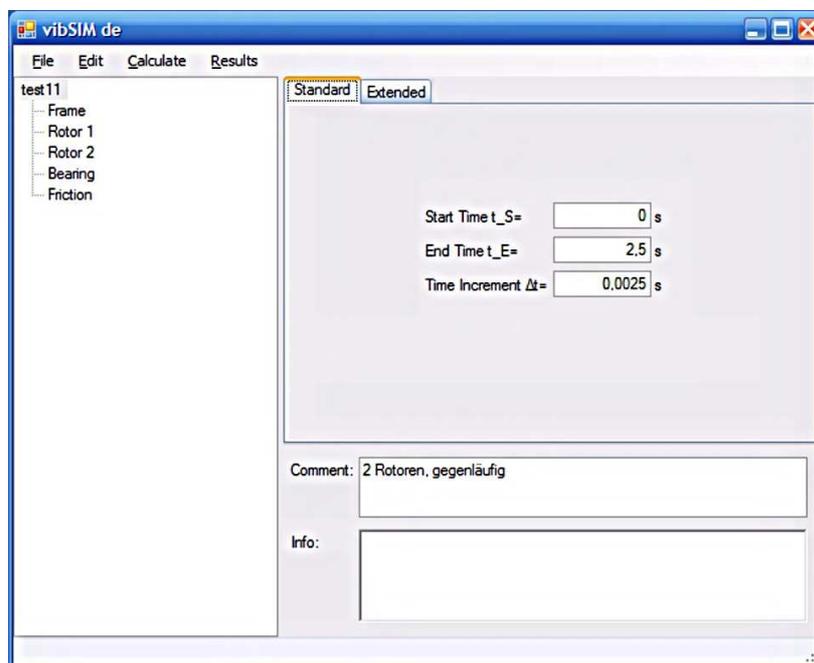


Bild 1: Eingabe der Projektdaten (Standard)

Weiterhin können unter der Registerkarte „*Extended*“ die integrationsspezifischen Parameter eingegeben werden. Das sind:

- die Integrationsschrittweite  $h$  in [s]
- die Genauigkeitsschranke  $tol$  (Das ist ein Wert für die relative Quadratsummennorm der dynamischen Kraftgrößen, der beim Vergleich von linker und rechter Seite des Bewegungsgleichungssystems (Prüfung der Einhaltung des dynamischen Gleichgewichts) nicht überschritten werden darf.)
- die Konvergenzschranke  $eps$  (Genauigkeitsschranke für die iterative Auflösung des nichtlinearen algebraischen Gleichungssystems)
- das Integrationsverfahren
- das Lösungsverfahren des nichtlinearen Gleichungssystems und
- das Prüfintervall (Anzahl der Zeitschritte nach der eine erneute Prüfung des dynamischen Gleichgewichts erfolgt)

Um den Anwender mit diesen mathematischen Größen nicht zu belasten, sind diese Parameter aus der Erfahrung mit unterschiedlichen Testbeispielen voreingestellt worden (vgl. Bild 2) und sollten nur von erfahrenen *vibSIM*-Nutzern verändert werden. Die Voreinstellungen lauten:

- Integrationsschrittweite:  $h = 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- Genauigkeitsschranke:  $\text{tol} = 10^{-2}$
- Konvergenzschranke:  $\text{eps} = 10^{-14}$
- Integrationsmethode: PARK
- Gleichungssystemlöser: Iteration mit Konvergenzbeschleunigung
- Prüfintervall: 20

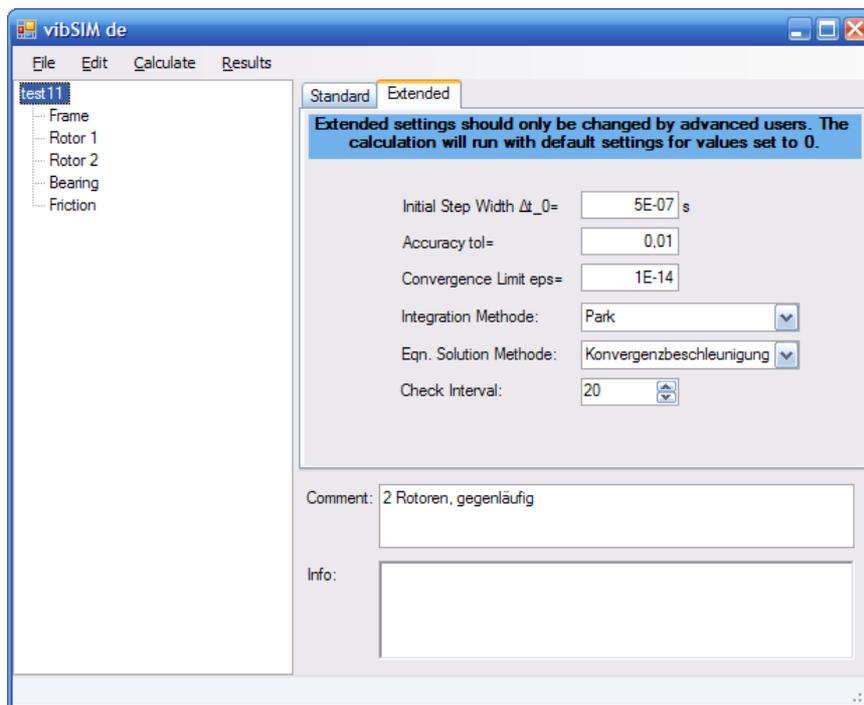


Bild 2: Eingabe der Projektdaten (*extended settings*)

Zu beachten ist, dass die Integrationsschrittweite um den Faktor 2 bis 10 größer gewählt werden kann (Rechenzeitersparnis), wenn keine Reibung (Abschnitt 2.3.6) spezifiziert wird.

## 2.2 Modellparameter

### 2.2.1 Gehäusedaten

Als Masseparameter des Vibratorgehäuses sind (vgl. Bild 3)

- die Gehäusemasse  $m$  in [kg] und
- das MTM des Gehäuses um seine Schwereachse  $J_s$  in [ $\text{kgm}^2$ ]

einzugeben. Beide Parameter müssen größer als Null sein.

Außerdem ist noch anzugeben, ob die Fallbeschleunigung  $g$  bei den Berechnungen mit berücksichtigt werden soll oder nicht (*consider gravity*). Die Fallbeschleunigung wirkt entgegen der positiven  $y$ -Achse.

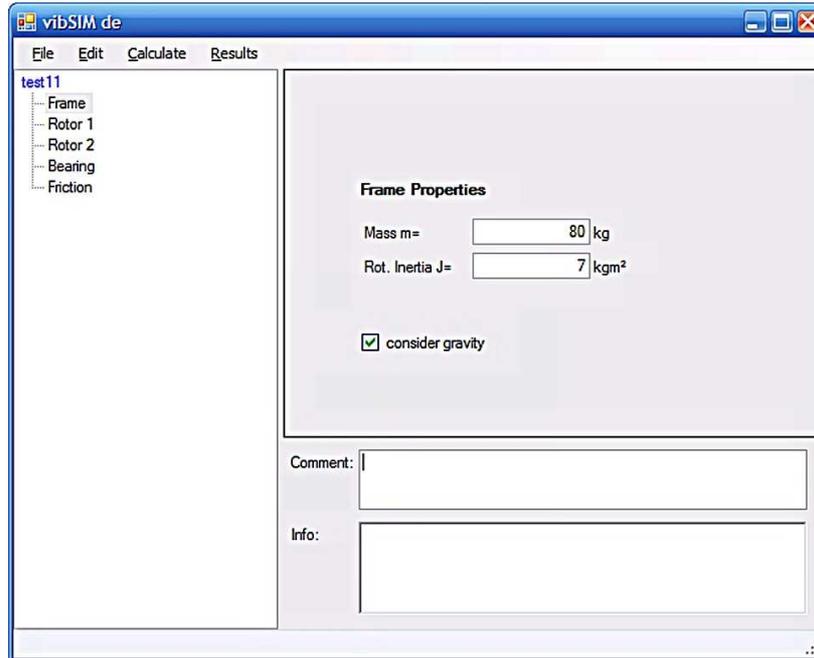


Bild 3: Eingabe der Gehäuseparameter

### 2.3.2 Rotor- und Motordaten

Die Daten der umlaufenden Rotoren beziehen sich zunächst auf die relativen (körperfesten) Lagen der Rotor-Drehachsen gegenüber dem Gehäuseschwerpunkt( *Position*):

- horizontale Komponente  $\xi$  in [m]
- vertikale Komponente  $\eta$  in [m] .

Weiterhin sind die Daten der antreibenden Hydromotoren (*Drive*):

- Schluckvolumen  $V$  in [ $\text{cm}^3/\text{Umdr.}$ ]
- Betriebsdruck  $p$  in [bar]
- Maximale Motorleistung  $P_{\text{max}}$  in [kW] und die
- Drehrichtung des Rotors

vorzugeben. (Version 1.0 und 1.1) Als Drehrichtungen kommen in Frage:

- *positive* (in mathematisch positive Drehrichtung entgegen dem Uhrzeigersinn)
- *negative* (in mathematisch negative Drehrichtung)
- *not set* (kein Antriebsmoment vorhanden, Rotor bewegt sich als Pendel antriebslos im Gehäuse)

Das Antriebsmoment für jeden Rotor ergibt sich bis zum Erreichen der Leistungsgrenze zu

$$M_{\text{an}} = V/2\pi * p.$$

und ist konstant. Ist die maximale Motorleistung erreicht, wird  $M_{\text{an}}$  vermindert:

$M_{an} = P_{max} / \dot{\phi}$ ,  $\dot{\phi}$  ... momentane Drehgeschwindigkeit des Rotors

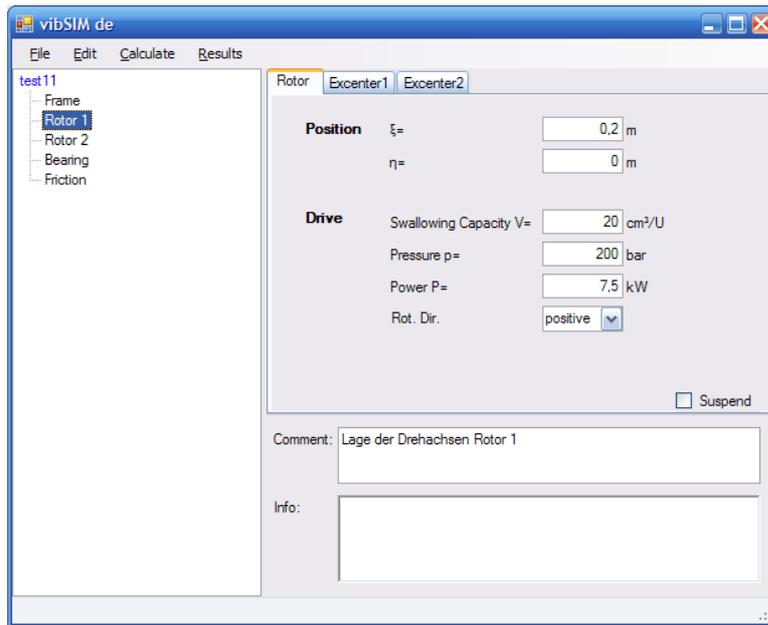


Bild 5: Eingabe der Rotor- und Motordaten (V1.0 und V1.1)

Einzelne Rotoren oder Excenter können zeitweise (z.B. für Vergleichsrechnungen suspendiert (Schaltfläche *Suspend*) werden.

Bei **Version 1.2** und **1.2-light** ist der Hydromotor durch einen Asynchronmotor mit den Parametern

- Kippmoment in [Nm]
- Kippschlupf und
- Synchrondrehzahl [1/min]

ersetzt, und das aktuelle Antriebsmoment wird mit Hilfe der Klobß'schen Beziehung berechnet..

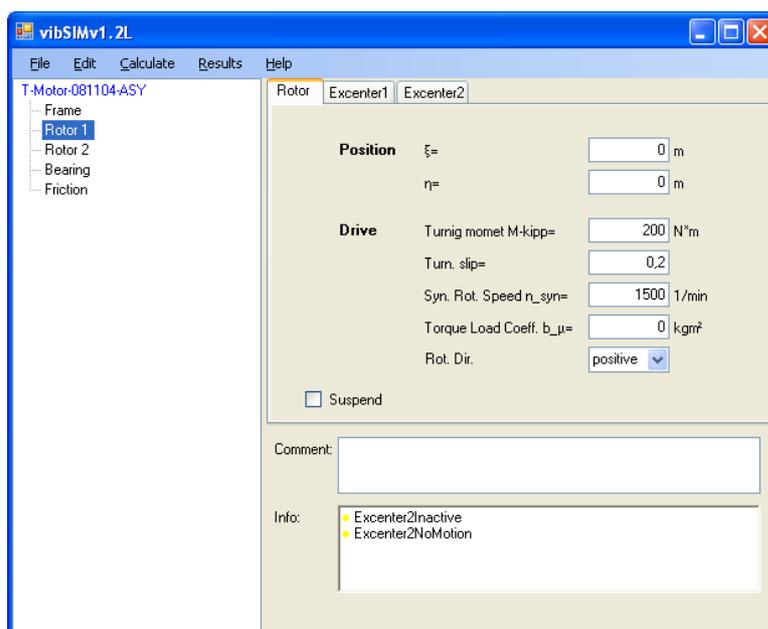


Bild 5a: Eingabe der Rotor- und Motordaten (V1.2 und V1.2-light)

### 2.3.3 Exzenterdaten

An jedem Rotor können sich bis zu zwei Excenter (Unwuchten) befinden. Sie werden als *Excenter 1* und *Excenter 2* unterschieden. Jeder *Excenter 1* (siehe Bild 6) wird durch folgende Parameter spezifiziert:

- Unwuchtmasse in [kg]
- Unwuchtradius in [m]
- MTM des Excenters um dessen Schwerpunkt in [kgm<sup>2</sup>]
- Anfangswinkellage des Excenterschwerpunktes in [°] gegenüber der positiven  $\xi$ -Achse (siehe /1/, Bild 1)
- Anfangsdrehzahl in [U/min] des Rotors

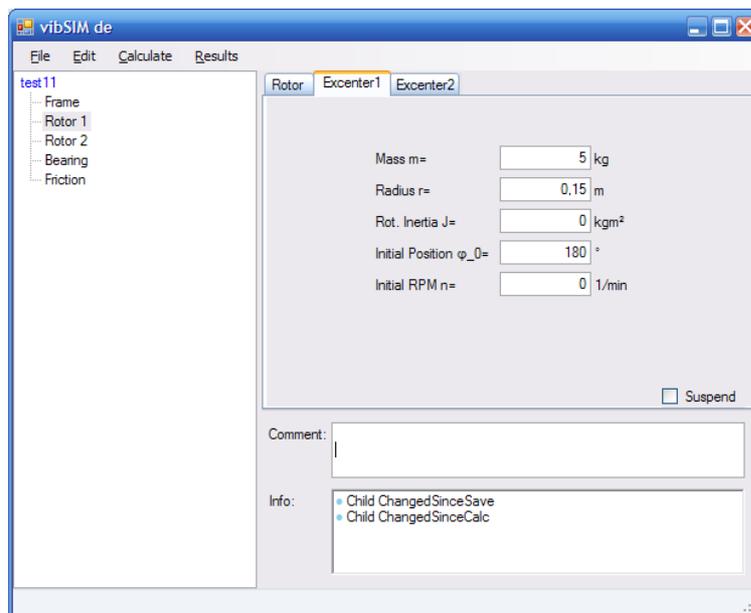


Bild 6: Eingabedaten für *Excenter 1*

*Excenter 2* hat gegenüber *Excenter 1* die Besonderheit, dass er gegenüber *Excenter 1* durch eine gesteuerte Zustellbewegung verdreht werden kann. Die Parameter

- Unwuchtmasse in [kg]
- Unwuchtradius in [m]
- MTM des Excenters um dessen Schwerpunkt in [kgm<sup>2</sup>]
- Anfangswinkellage des Excenterschwerpunktes in [°]

sind analog zu *Excenter 1* einzugeben, zusätzlich erfolgt optional die Eingabe der

- vorgegebenen, zeitabhängigen Zustellbewegung  $\alpha(t)$  (*Motion Description*).

(vgl. Bild 7).

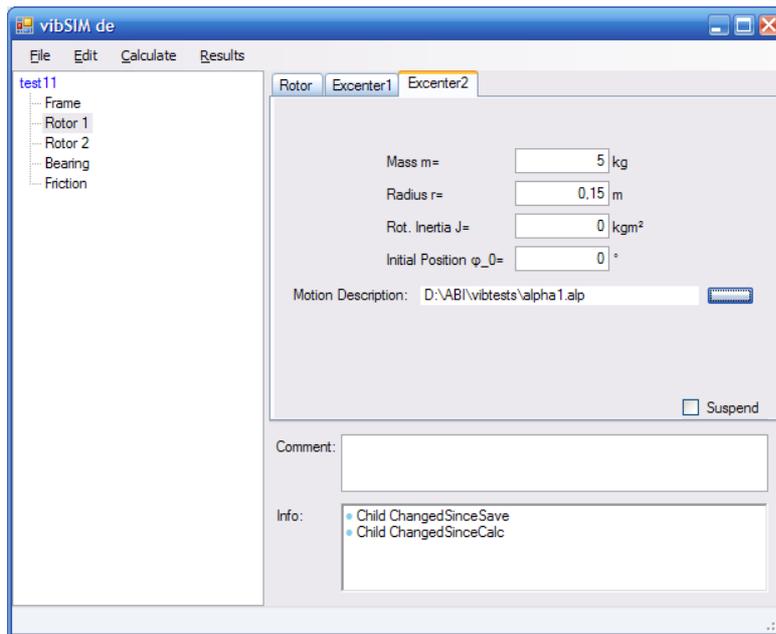


Bild 7: Eingabedaten für *Excenter 2*

Ist die Masse (*Mass m*) eines *Excenters 2* gleich Null, gilt dieser als nicht vorhanden.

### 2.3.4 Zustellbewegungen

Die Zustellbewegungen müssen vor der Simulation als Textdateien gespeichert sein. Mit dem „*Motion Description*“-Button kann nach diesen auf dem Dateisystem gesucht werden (siehe Bild 7). Die Dateinamenserweiterung ist festgelegt. Sie lautet:

- *.alp*

Der Inhalt dieser Dateien besteht aus zwei Zahlenkolonnen (vgl. Bild 8):

- Spalte 1: Zeit  $t$  in [s]
- Spalte 2: Winkel  $\alpha$  in [rad]

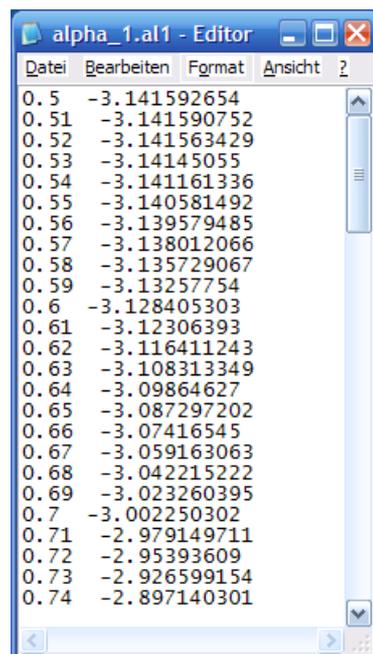


Bild 8: Ausschnitt aus einer *.alp*-Datei zur Beschreibung der Zustellbewegung an einem Rotor

Die maximale Zeilenanzahl solcher Dateien ist auf 1000 begrenzt; der erste  $\alpha$ -Wert (im Beispiel von Bild 8: -3.141592654) sollte mit der Differenz der Anfangswinkellagen von *Excenter 2* und *Excenter 1* des jeweiligen Rotors übereinstimmen.

Zu beachten ist weiterhin, dass Trennzeichen zwischen den Spalten Leerzeichen (keine Tabulatoren) und Dezimaltrennzeichen Punkte sein müssen. Außerdem gilt die allgemeine Vorschrift zur Dateinamensvergabe nach Abschnitt 4.

### 2.3.5 Aufstellparameter

Es besteht die Option, den Vibrator elastisch und gedämpft zu lagern. Dazu sind die entsprechenden Feder- und Dämpferparameter zu spezifizieren (Bild 9):

- Federkonstante in horizontale Richtung  $c_x$  in [N/m]
- Dämpferkonstante in horizontale Richtung  $b_x$  in [Ns/m]
- Federkonstante in vertikale Richtung  $c_y$  in [N/m]
- Dämpferkonstante in vertikale Richtung  $b_y$  in [Ns/m]
- Drehfederkonstante in Kipprichtung  $c_\psi$  in [Nm]
- Drehdämpferkonstante in Kipprichtung  $b_\psi$  in [Nms]

Die eingegebenen Werte müssen größer oder gleich Null sein.

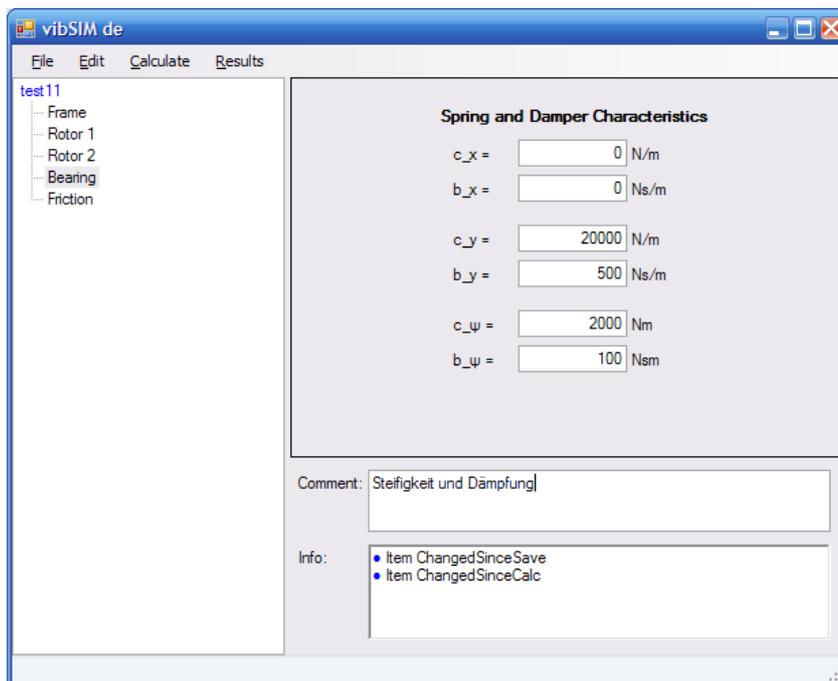


Bild 9: Eingabe der Aufstellparameter

### 2.3.6 Reibungsparameter

Es besteht die Möglichkeit, im Berechnungsmodell Coulombsche Reibung in der Weise zu berücksichtigen, dass die Gehäusebewegung behindert wird. Dazu sind die Reibparameter (vgl. Bild 10)

- Konstanter Reibkoeffizient in horizontale Richtung  $\mu_x$
- Konstante Normalkraft in horizontale Richtung  $F_x$  in [N]
- Konstanter Reibkoeffizient in vertikale Richtung  $\mu_y$
- Konstante Normalkraft in vertikale Richtung  $F_y$  in [N]
- Konstanter Reibkoeffizient in Kipprichtung  $\mu_\psi$
- Konstantes Moment in Kipprichtung  $M_\psi$  in [Nm]

zu quantifizieren. Die eingegebenen Werte müssen größer oder gleich Null sein. Die wirkende Reibkraftgröße ergibt sich aus dem Produkt des jeweiligen Reibkoeffizienten mit der entsprechenden Kraftgröße.

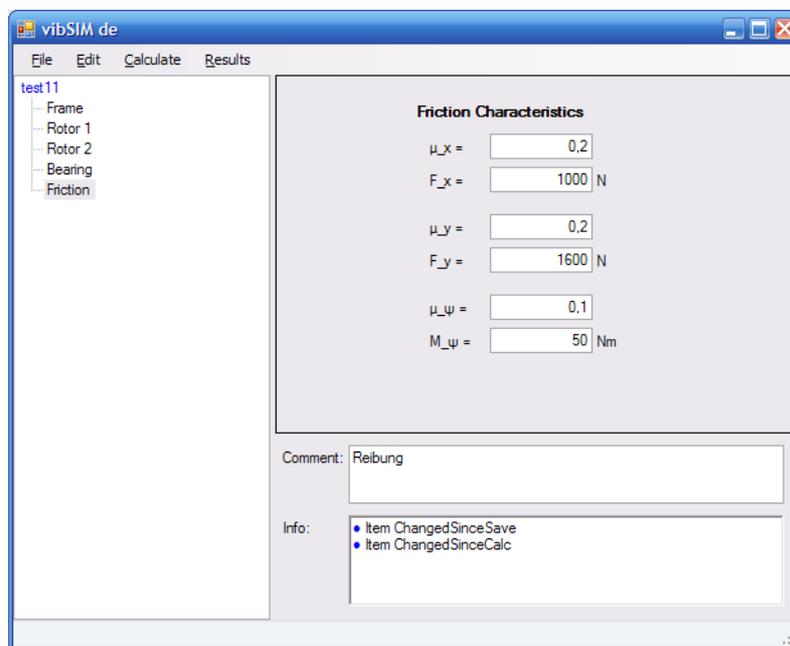


Bild 10: Eingabe der Reibkraftgrößen

## 2.4 Berechnung

Nach der Eingabe aller Modell- und Projektparameter kann die aktualisierte *.vsp*-Datei gespeichert (*File* → *Save As*) und/oder das dynamische Verhalten berechnet werden (*Calculate* → *Start Simulation ...*).

Falls „*Start Simulation*“ gewählt wurde, wird ein Fenster geöffnet (Bild 11) in welchem

- der Projektname,
- der Berechnungsfortschritt,
- die verbrauchte Rechenzeit und
- der aktuelle Zustand der Berechnung

angezeigt werden.

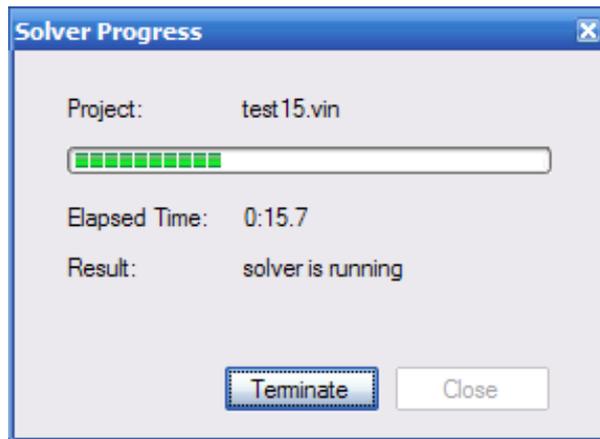


Bild 11: Berechnungsfenster von **vibSIM**

Der Berechnungskern (vibTAN) erzeugt eine *.log*-Datei, die unter dem Menüpunkt (*Calculate* → *Show Log...*) angesehen und bei Bedarf kopiert werden kann (Bild 12).

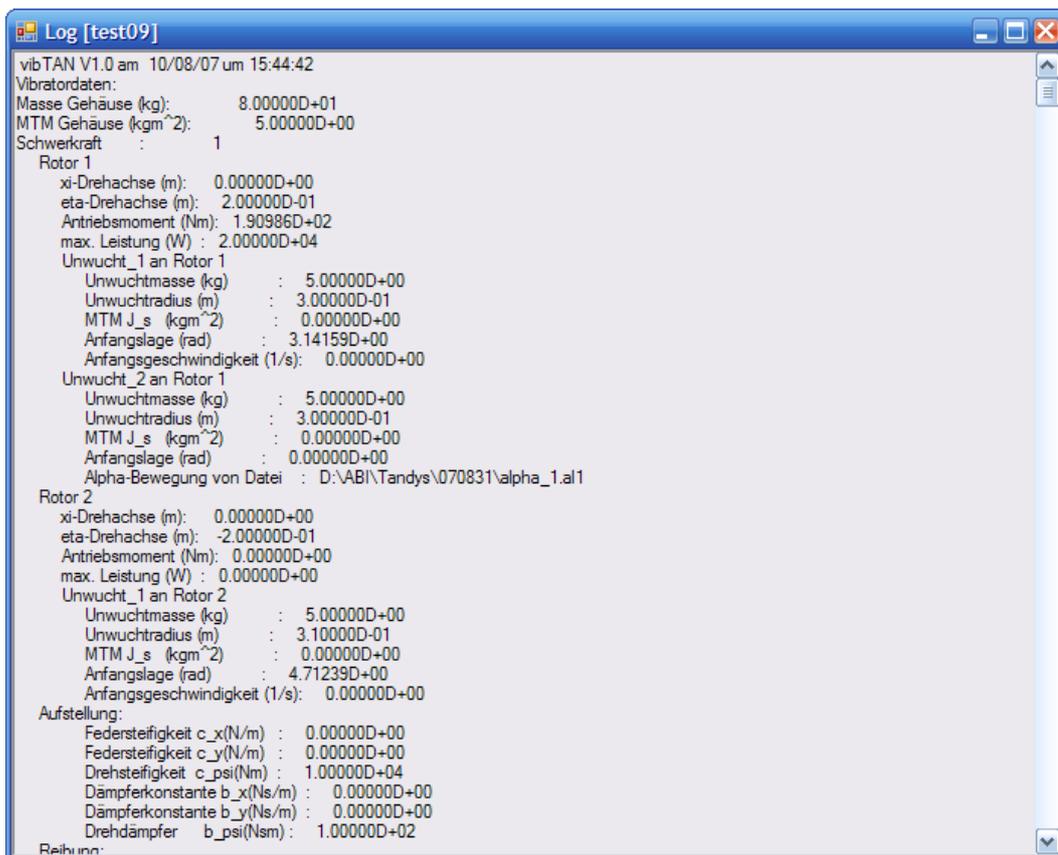


Bild 12: Ausschnitt aus einem *.log*-file

Es handelt sich dabei um das Integrationsprotokoll, das u.a. die

- Projekt- und Modelldaten und
- Informationen über den Lösungsprozess (z.B. Verletzungen von Genauigkeitsanforderungen, Schrittweitenänderungen, Erreichen der Motorleistungsgrenzen, den Systemzustand am Berechnungsende usw.) enthält.

Die Anzahl der *.log*-file-Informationen ist auf 1000 Zeilen begrenzt.

## 2.7 Darstellung der Berechnungsergebnisse

Ist die Berechnung erfolgreich verlaufen (Anzeige im Berechnungsfenster: „*solver finished successful*“), können die Berechnungsergebnisse (Zeitverläufe der Verschiebungen (Verdrehungen), Geschwindigkeiten und Beschleunigungen) grafisch und tabellarisch dargestellt werden (*Results* → *New Diagram*). Bild 13 zeigt das Ausgabefenster von **vibSIM**. Unter der Registerkarte „*Graph*“ ist nach dem Betätigen des „*Add*“-Buttons zunächst das betreffende Projekt auszuwählen und anschließend der Graph zu spezifizieren. Das so zusammengestellte Diagramm kann anschließend unter der Registerkarte „*Diagram*“ betitelt, gezoomt und durch Betätigen des „*Copy*“-Buttons in die Zwischenablage kopiert und weiter verarbeitet werden (Bild 14). Das Zoomen kann unter der Registerkarte „*Diagram*“ durch das Betätigen von „*Autoscale*“ rückgängig gemacht werden.

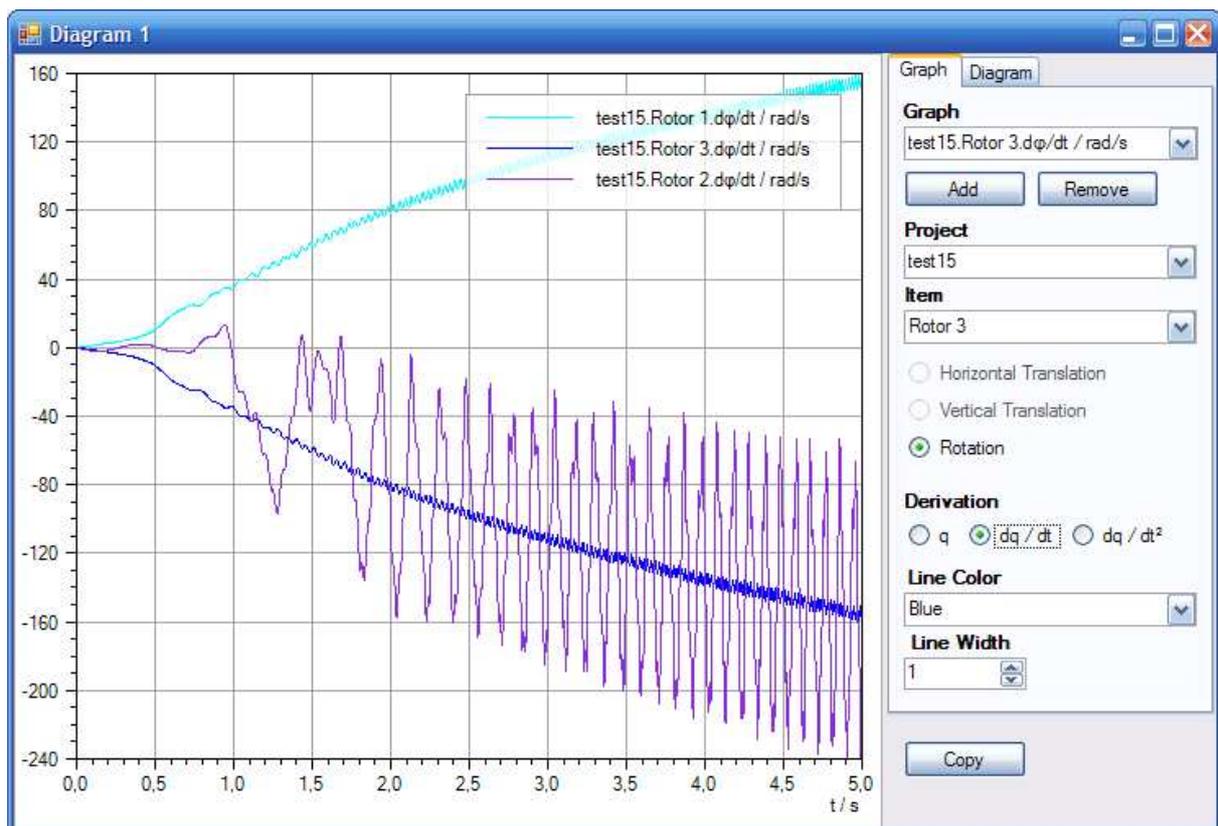


Bild 13: Ergebnisausgabe von **vibSIM**

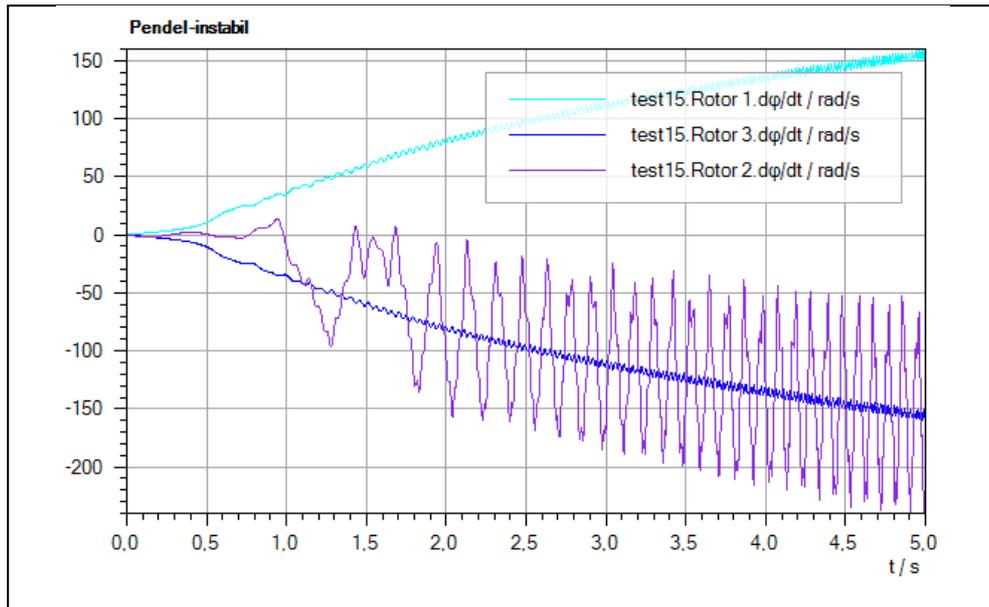


Bild 14: Beispiel eines Ergebnisdiagramms

Die tabellarische Ergebnisausgabe erfolgt über die Registerkarte „Schedule“ und funktioniert analog zur grafischen Ausgabe. Die spezifizierten Zeitverläufe können als *.txt*-Dateien gespeichert und weiter verarbeitet werden.

### 3. Programmstruktur

**vibSIM** besteht im Wesentlichen aus einer Windows-Oberfläche (shell: vibSIM) und einem Berechnungskern (kernel: vibTAN) (Bild 15)

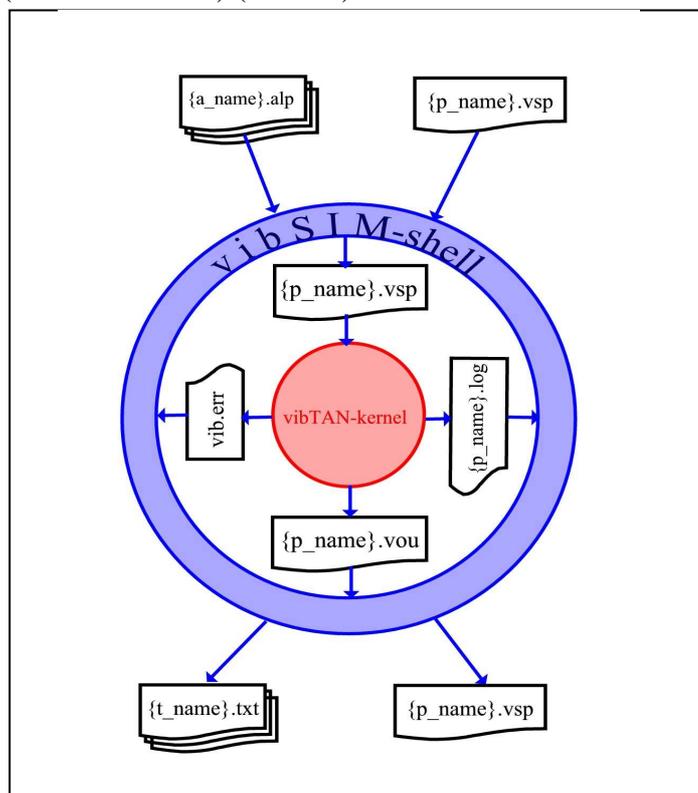


Bild 15: Programmstruktur von **vibSIM**

Die in Bild 15 benutzten Dateibezeichnungen {a\_name}, {p\_name} und {t\_name} stehen für

- Namen der **alpha**-Dateien
- Name der **project**-Datei und
- Namen der **text**-Dateien.

Die Kommunikation zwischen beiden Programmteilen erfolgt über im Wesentlichen Textdateien vom Typ „.vsp“ (**vibSIM**-project-Dateien). Zu jedem Projekt gehört eine .vsp-Datei, welche die Modell- und Projektparameter und die – im Falle einer erfolgten Berechnung - Ergebnisverläufe enthält (Bild 16).

Der Berechnungskern übergibt nach erfolgter Berechnung an **vibSIM** eine Ergebnisdatei ({p\_name}.vou), die **vibSIM** in die Projektdatei integriert (siehe Bild 16). Außerdem wird vom Berechnungskern die .log-Datei (vgl. Abschnitt 2.4) und eine vib.err-Datei, in der der Rückkehrcode der aktuellen Berechnung steht, erzeugt und in der Shell ausgewertet.

Die **vibSIM**-Schale gibt (nach erfolgter Berechnung) die aktualisierte .vsp-Datei und eine oder mehrere .txt-Dateien (welche die Ergebnisse in Tabellenform enthalten) an das Dateisystem die zurück.

```

test12.vsp - Editor
Datei Bearbeiten Format Ansicht ?
C 21. 9. 2007
C
0 0 2 1
90 7 0 0 0 0 0 0
C Lage der Drehachsen Rotor 1
0 1 0 1
0.2 0 20 200 5 0 0 0
C Unwucht 1 an Rotor 1
0 1 1 0
5 0.2 0 180 0 0 0 0
C
0 1 2 0
5 0.2 0 0 0 0 0 0
C
0 1 3 0
D:\ABI\Tandys\070831\alpha_1.alp
C Rotor 3
0 2 0 -1
-0.2 0 20 200 5 0 0 0
0 2 1 0
5 0.2 0 0 0 0 0 0
C
0 2 2 0
5 0.2 0 180 0 0 0 0
C
0 2 3 0
D:\ABI\Tandys\070831\alpha_2.alp
C Steifigkeit
1 0 0 0
0 100000 0 0 111 0 0 0
C Reibung
2 0 0 0
0 0.0 0 11.4444 10 0 0
C Integration
9 3 1 20
0 5 0.0025 5E-07 0.01 1E-14 0 0
Suspended Rotors
Result 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 9,86314204912527E-17; 3,14159265358979; 0; 159,154943091895; 0; 0; -1
Result 0,00250005000000017; -4,095141423916E-24; 1,80997045567201E-25; 9,43287446728616E-14; -2,3531838
Result 0,005000049999999955; 2,94593150801793E-24; 4,90057756962169E-24; 1,91108277086553E-13; -1,174526
Result 0,007500049999999772; -7,32336460867745E-24; 2,2304880827845E-23; 2,88582921113805E-13; -3,901245
Result 0,01000004999999997; -2,74276262159816E-24; 6,60074508002183E-23; 3,83322875474405E-13; 3,5580429
Result 0,0125000500000022; -7,92125082350617E-24; 1,65398127395924E-22; 4,83621028084134E-13; -2,067637
Result 0,0150000500000047; -1,35051053586778E-23; 3,46500612755026E-22; 5,82290654060964E-13; 5,0375960
Result 0,0175000500000072; -1,36463586475355E-23; 6,42089379214436E-22; 6,74686502684323E-13; 5,0645191
Result 0,0200000500000097; -5,52096740205472E-24; 1,09193831767609E-21; 7,58649822551615E-13; 2,5571649
Result 0,0225000500000122; -1,68352917179678E-23; 1,7495512302083E-21; 8,43473895247856E-13; -1,3730322
Result 0,0250000500000147; -4,69964408322333E-23; 2,6695659926425E-21; 9,347954124472E-13; -7,179707045
Result 0,0275000500000172; -6,04588763820473E-23; 3,89728192851713E-21; 1,02201032435897E-12; 3,2053975

```

Bild 16: Ausschnitt aus einer .vsp-Datei

Der Textcode für die Eingabe der Modell- und Projektparameter ist in Anlage 1 aufgeführt und kann (auch) mit jedem Texteditor generiert werden. Ein regulärer Datensatz (zwei Textzeilen) besteht in jedem Fall aus 4 Integer- und 8 Realwerten bzw. – im Fall einer

Dateinamenseingabe (Alpha-Bewegungen) aus 4 Integerwerten und einer darauf folgenden Textzeile.

#### 4. **Allgemeingültige Benutzungshinweise**

- In sämtlichen Pfad- und Dateinamen für *.vsp*- und *.alp*-Dateien sind Leerzeichen unzulässig.
- Alle Dateneingaben sind mit *<enter>* abzuschließen.

#### 5. **Literatur**

/1/ Kaltofen, K., Zum dynamischen Verhalten eines Vibratormodells, Teil 1: Herleitung der Bewegungs-Differentialgleichungen, *kaltofen-engineering*, 8/2007

/2/ Kaltofen, K.: Berechnungsmethoden für transiente, lokal nichtlineare dynamische Systeme und ihre Anwendung, Diss. A, TH Karl-Marx-Stadt, 1986

### Anlage 1: Aufbau der Datensätze einer *.vsp*-Datei (Eingabeparameterenteil)

#### Grundsätzlicher Aufbau:

I1	I2	I3	I4				
R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8

(4 Integerwerte)

(8 Realwerte)

oder

I1	I2	I3	I4	
Char(240)				

(4 Integerwerte)

(Charakter, bis 240 Zeichen)

#### Spezifikation der Datensätze:

Datensatz 0:			
I1	I2	I3	I4

I1 = 0 ... Kennzahl für "neues Projekt"

I2 = 0 ... Kennzahl für "neues Projekt"

I3 ... Anzahl der Rotoren ( $0 \leq I3 \leq 8$ )

I4 = ... 0 ... g (Fallbeschleunigung) bleibt unberücksichtigt

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

1 ... g wird berücksichtigt

R1 ... Masse  $m_0$   
 R2 ... MTM  $J_0$   
 R3 ... R8 beliebig

Datensatz 1/0:

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 0 Kennzahl für "Rotor"  
 I2 ... Nummer des Rotors  
 I3 = 0 Kennzahl2 für "Rotor"  
 I4 = ... -1 ... Drehrichtung mathematisch negativ  
 0 ... keine vorgegebene Drehrichtung  
 1 ... Drehrichtung mathematisch positiv

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ... xi-Koordinate der Drehachse  $x_{i\_D<I2>}$   
 R2 ... eta-Koordinate der Drehachse  $\eta_{D<I2>}$   
 R3 ... Schluckvolumen des Antriebsmotors  $V_{s<I2>}$   
 R4 ... Betriebsdruck des Antriebsmotors  $p<I2>$   
 R5 ... Maximalleistung des Antriebsmotors  
 R6 ... R8 beliebig

Datensatz 1/1:

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 0 Kennzahl für "Rotor"  
 I2 ... Nummer des Rotors  
 I3 = 1 Kennzahl für "Unwucht\_1"  
 I4 ... beliebig

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ... Unwuchtmasse  $m<I2>1$   
 R2 ... Unwuchtradius  $e<I2>1$   
 R3 ... MTM  $J_{<I2>1}$   
 R4 ... Anfangslage  $\phi_{i0<I2>1}$   
 R5 ... Anfangsdrehzahl  $n_{0<I2>1}$   
 R6 ... R8 beliebig

Datensatz 1/2:

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 0 Kennzahl für "Rotor"  
 I2 ... Nummer des Rotors  
 I3 = 2 Kennzahl für "Unwucht\_2"  
 I4 ... beliebig

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ... Unwuchtmasse  $m<I2>2$   
 R2 ... Unwuchtradius  $e<I2>2$   
 R3 ... MTM  $J_{<I2>2}$

R4 ... Anfangslage  $\phi_0 < I_2 > 2$   
 R5 ... R8 beliebig

Datensatz 1/3:

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 0 Kennzahl für "Rotor"  
 I2 ... Nummer des Rotors  
 I3 = 3 Kennzahl für "Stellbewegung für Unwucht\_2"  
 I4 ... beliebig

Char (240)
------------

Char (240) Pfad- und Dateiname (ohne Erweiterung) für  
 Zustellbewegung  $\alpha < I_2 >$   
 (maximal 240 Zeichen)

Die Datensätze 2/0 ... 2/3 bis  $< \text{Anz. Rotoren} > / 0 \dots < \text{Anz. Rotoren} > / 3$  analog zu 1/0 ... 1/3

Anzahl Rotoren = nr

Datensatz (nr+1):

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 1 Kennzahl für "Lagerung"  
 I2 ... I4 beliebig

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ... Federsteifigkeit  $c_x$   
 R2 ... Federsteifigkeit  $c_y$   
 R3 ... Federsteifigkeit  $c_{\psi}$   
 R4 ... Dämpferkonstante  $b_x$   
 R5 ... Dämpferkonstante  $b_y$   
 R6 ... Dämpferkonstante  $b_{\psi}$   
 R7 ... R8 beliebig

Datensatz (nr+2):

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 2 Kennzahl für "Reibung"  
 I2 ... I4 beliebig

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ... Reibkoeffizient  $\mu_{e_x}$   
 R2 ... Reibkoeffizient  $\mu_{e_y}$   
 R3 ... Reibkoeffizient  $\mu_{e_{\psi}}$   
 R4 ... Normalkraft  $F_x$   
 R5 ... Normalkraft  $F_y$   
 R6 ... Normal-"Moment"  $M_{\psi}$   
 R7 ... R8 beliebig

Datensatz (nr+3):

I1	I2	I3	I4
----	----	----	----

I1 = 9      Kennzahl für "Lösungsparameter"  
 I2 ...      Kennzahl für Integrationsverfahren:  
             0 ... NEWMARK  
             1 ... EULER  
             2 ... GEAR  
             3 ... PARK  
 I3 ...      Kennzahl für Gls.-Auflösung:  
             0 ... Sekantenverfahren  
             1 ... Konvergenzbeschleunigung  
 I4 ...      Kennzahl für Prüfindervall Int:  
             <=0 ...      keine Genauigkeitsprüfung  
             1 ... 9999 ...Prüfindervall für  
                             Genauigkeitsprüfung

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
----	----	----	----	----	----	----	----

R1 ...      Anfangszeit\_0  
 R2 ...      Endzeit t\_1  
 R3 ...      Ausgabeschrittweite delta\_t  
 R4 ...      Integrations-schrittweite h  
 R5 ...      Genauigkeitsschranke tol  
 R6 ...      Konvergenzschranke eps  
 R7 ... R8    beliebig