Dresig, Hans, Prof. Dr.- Ing. habil.; Kaltofen, Klaus, Dr.-Ing.; Tietze, Sven, Dr.-Ing.

Bewegungssteuerung in Verarbeitungsmaschinen mit mehreren periodischen Abtriebsbewegungen

Zusammenfassung:

Die technologischen Funktionen jeder Verarbeitungsmaschine werden durch die koordinierten Bewegungen mehrerer Abtriebsglieder erfüllt. Für die erreichbare Grenzdrehzahl einer Verarbeitungsmaschine ist häufig derjenige Einzelantrieb verantwortlich, der bei einer Drehzahlerhöhung zuerst zu Schwingungen neigt. Um die Gefahr von störenden Schwingungen im höheren Drehzahlbereich zu vermindern, haben sich HS-Bewegungsgesetze bewährt, deren Synthese üblicherweise für jeden Einzelantrieb gesondert erfolgt.

Es wird gezeigt, dass es zweckmäßig und möglich ist, die Synthese von HS-Lagefunktionen so vorzunehmen, dass Forderungen an die Abtriebsbewegungen der einzelnen Antriebe (Kollisionsbedingungen, relative, parallele oder entgegengesetzte Bewegungen) auch unter Berücksichtigung von deren Eigenfrequenzen erfüllt werden. Am Beispiel einer Faltmaschine wird die koordinierte Synthese von HS-Bewegungsgesetzen erläutert.

1 Einleitung

Die Abtriebsbewegungen der Antriebe innerhalb von Verarbeitungsmaschinen sind periodisch. An sie werden technologische Forderungen gestellt, die durch den Verarbeitungsprozess bestimmt sind und vom Konstrukteur quantifiziert in Form eines Bewegungsplans angegeben werden. Die technologischen Forderungen kennzeichnen die Abhängigkeiten der Lagefunktionen (kinematische Übertragungsfunktionen) bei konkreten Antriebsstellungen oder in Intervallen.

Gemäß der VDI-Richtlinie 2143 wird traditionell eine Lagefunktion (kinematische Übertragungsfunktion) abschnittsweise aus normierten Funktionen zusammengesetzt, wobei als Kriterien für günstiges dynamisches Verhalten ein stetiger Verlauf (Stoß- und Ruckfreiheit) und eine Begrenzung kinematischer Kennwerte genannt sind. Zur Vermeidung störender Schwingungen werden andererseits HS-Lagefunktionen empfohlen (/1/, /2/), die vielfach erfolgreich eingesetzt worden sind (/3/, /4/, /5/).

Oft sind die technologischen Forderungen nicht an absolute Winkelstellungen des Antriebs gebunden, sondern es kommt nur auf die Beachtung der relativen Winkelzuordnungen der verschiedenen Abtriebe an. Für solche Fälle erlaubt z.B. das Programm *mHSL*, diese Winkelagen als Optimierungsvariable zu behandeln, vgl. /6/. Mehrere Ziele der Optimierung, wie z. B. "maximal mögliche Drehzahl", "minimale Ordnung der Harmonischen", "minimale Maximalbeschleunigung" können als Kriterien berücksichtigt werden.

Es ist zweckmäßig, bei höheren Anforderungen an schwingungsgefährdete Antriebe nicht die abschnittsweise definierten Bewegungsgesetze einzusetzen, welche die VDI-Richtlinie 2143 empfiehlt, sondern HS – Bewegungsgesetze, wie sie z.B. mit dem Programm *mHSL* synthetisiert werden können, vgl. /1/, /2/, und /6/.

HS-Bewegungsgesetze sind dadurch gekennzeichnet, dass die Lagefunktion (Abtriebsweg oder –winkel) oder deren erste Ableitung (bei Schrittbewegungen) im gesamten kinematischen Zyklus durch eine **endliche** Fourierreihe

$$U_{j}(\boldsymbol{\varphi}) = \sum_{k=1}^{K_{j}} (a_{kj} \cdot \cos k\boldsymbol{\varphi} + b_{kj} \cdot \sin k\boldsymbol{\varphi})$$
(1)

beschrieben wird. Eine Verarbeitungsmaschine sei gekennzeichnet durch die Lagefunktionen ihrer J Abtriebe (j = 1, 2, ...J). Hier wird also mit j die Nummer des Abtriebs, mit k die Ordnung der Harmonischen und mit K_j die Ordnung der höchsten Harmonischen der Lagefunktion des j - ten Abtriebs bezeichnet. Es wird vorausgesetzt, dass alle Abtriebe dieselbe Zykluszeit T = $2\pi/\Omega$ haben, so dass $\phi = \Omega t = 2\pi t/T$ gilt und dass alle Mechanismen schwingungsfähig sind, wobei eine einzige (meist die tiefste) Eigenfrequenz f_j = $\omega_j/(2\pi)$ das Schwingungsverhalten bestimmt.

Es existiert eine ganze Schar von Resonanzstellen bei den Winkelgeschwindigkeiten.

$$\Omega_{kj} = \omega_j/k$$
 $j = 1, 2, ..., J; k = 1, 2, ..., K_j$ (2)

In der Nähe der durch (2) bestimmbaren Resonanzdrehzahlen entstehen meist solche großen Schwingungsamplituden an den Abtriebsgliedern, dass die technologischen Bedingungen an den Wirkstellen verletzt werden oder unzulässig hohe dynamische Belastungen auftreten.

Es sind allerdings nicht alle der vielen sich nach (2) ergebenden Resonanzstellen aller J Abtriebe von Interesse, sondern nur jeweils eine, nämlich der minimale Wert von

$$\Omega_{\max} = \min_{i} \left(\Omega_{kj} \right) = \min_{i} \left(\omega_{j} / K_{j} \right)$$
(3)

Für die gesamte Maschine ist davon der niedrigste Wert entscheidend, der aber möglichst groß sein soll, denn er begrenzt den zulässigen Drehzahlbereich. Aus diesem Wert folgt, von welchem der J Antriebe die Ordnung K_j der höchsten Harmonischen möglichst verkleinert werden soll und welche der Eigenfrequenzen f_j durch konstruktive Maßnahmen möglichst anzuheben wäre.

Bei der Auswahl der Lagefunktionen werden die Fourierkoeffizienten in Gl. (1) bestimmt, sowie die minimale Ordnung K_j, mit der die technologischen Forderungen erfüllbar sind. Eine Besonderheit bei der Synthese von HS-Bewegungsgesetzen besteht darin, dass innerhalb des kinematischen Zyklus im Bewegungsplan die technologisch zulässigen Toleranzen der Abtriebsbewegungen in den relevanten Bereichen vorzugeben sind und berücksichtigt werden.

2 Koordinierte Synthese bei mehreren Abtriebsbewegungen

Aus der technologischen Aufgabenstellung ist ein Bewegungsplan formulierbar, in dem alle geometrischen und kinematischen Forderungen einschließlich der Toleranzbereiche quantitativ beschrieben werden. Bezeichnet man die Ordnung der Ableitung nach dem Antriebswinkel φ mit p, dann folgen alle Ableitungen (p = 0 entspricht der Lagefunktion nullter Ordnung) aus

$$U_{j}^{(p)} = \sum_{k=1}^{K_{j}} k^{p} \cdot [a_{kj} \cdot \cos(k\varphi + p \cdot \pi/2) + b_{kj} \cdot \sin(k\varphi + p \cdot \pi/2)]$$
(4)

Die mathematische Formulierung der technologischen Forderungen erfolgt bei Begrenzungen nach oben durch

$$U_{i}^{(p)}(\phi) \le U_{i\max}^{(p)}$$
 im n-ten Bereich $\phi_{n\min} \le \phi \le \phi_{n\max}$ (5)

Bei Begrenzungen nach unten gilt

$$U_{j}^{(p)}(\phi) \ge U_{j\min}^{(p)}$$
 im n-ten Bereich $\phi_{n\min} \le \phi \le \phi_{n\max}$ (6)

Die Werte $U_{jmin}^{(p)}$ und $U_{jmax}^{(p)}$ definieren Toleranzgebiete der Lagefunktionen p-ter Ordnung. Diese Forderungen können für N Bereiche (n = 1, 2,... N) an alle J Abriebsbewegungen gestellt werden. Falls nur an einer bestimmten Stelle (beim Winkel φ_n) Forderungen bestehen, lässt sich das als ein Sonderfall der Bedingungen (5) und (6) berücksichtigen, vgl. Abschn. 3.1.

Schwingungsfähige Abtriebe werden in erster Nährung durch einen Schwinger mit einem Freiheitsgrad beschrieben /4/, /5/. In der Bewegungsgleichung

$$\ddot{q}_{j} + 2 D_{j} \omega_{0j} \dot{q}_{j} + \omega_{0j}^{2} q_{j} = \omega_{0j}^{2} \cdot \sum_{k=1}^{K_{j}} c_{kj} \cdot \cos(k\Omega t - \beta_{kj}) , \qquad (7)$$

$$c_{kj} = \sqrt{(a_{kj} + 2D_j k\eta b_{kj})^2 + (b_{kj} - 2D_j k\eta a_{kj})^2}$$
(8)

sind die Kenngrößen des Schwingers die Eigenkreisfrequenz ω_{0j} des ungedämpften Schwingers und der modale Dämpfungsgrad D_j. Es wird auf die weitere Angabe des Index 0 verzichtet, denn es gilt $\omega_{0j} \approx \omega_j$. Die verallgemeinerte Koordinate q_j beschreibt den Abtriebsweg (bzw. –winkel) als Folge der stets vorhandenen Elastizität.

Diese Bewegungsgleichung (7) hat als Lösung die "dynamische Lagefunktion":

$$q_{j} = \frac{\sum_{k=1}^{K_{j}} c_{kj} \cdot \cos(k\Omega t - \beta_{kj} - \delta_{kj})}{\sqrt{(1 - k^{2} \eta_{j}^{2})^{2} + 4D_{j}^{2} k^{2} \eta_{j}^{2}}}$$
(9)

Der Phasenwinkel δ_{kj} ist i.a. klein und wird hier nicht weiter beachtet. Das wichtigste Kennzeichen ist das Abstimmungsverhältnis $\eta_j = \Omega/\omega_j$, also das Verhältnis der Grunderregerfrequenz zur Eigenfrequenz. Bei allen Werten k $\eta_j = 1$ tritt eine Resonanz k-ter Ordnung auf, bei der Schwingungssausschläge entstehen, die umgekehrt proportional zum Dämpfungsgrad D_j sind.

Das Programm *mHSL* /6/ kann bis zu 120 Forderungen von folgender Form berücksichtigen:

- Limitierung eines Funktionswertes der Lagefunktion nullter oder höherer Ordnung an diskreten Antriebsstellungen, z.B. maximal zulässige Beschleunigung
- Limitierung eines Funktionswertes der Lagefunktion nullter oder höherer Ordnung in Intervallen
- Beiderseitige Begrenzung der Lagefunktion nullter oder höherer Ordnung bei einer einzelnen Lagefunktion (Toleranzbereiche, z.B. Rasten)
- Bedingungen zwischen den zu koordinierenden Lagefunktionen, z.B. Kollisionsbedingungen oder Parallelbewegungen.

Als Ergebnis liefert das Programm *mHSL*

- die Fourierkoeffizienten akj und bkj der synthetisierten Lagefunktionen
- die Lagefunktionen gemäß Gl. (1)
- die dynamischen Lagefunktionen gemäß GI. (9)

Die traditionellen Lagefunktionen gemäß VDI 2143 haben relativ große Fourierkoeffizienten bei hohen Ordnungen, so dass bei niedrigen η-Werten (also kleinen Drehzahlen) Resonanzen auftreten. Bei der Synthese von HS-Bewegungsgesetzen wird darauf geachtet, dass K_j möglichst klein ist, damit die erste kritische Drehzahl möglichst groß ist.

Das folgende Beispiel erläutert diese Zusammenhänge an konkreten Parameterwerten.

mit

3 Beispiel: Faltmaschine

3.1 Aufgabenstellung

In Form-, Füll- und Verschließmaschinen werden in der Regel auf einer Formstation aus Packstoffen mit einem gewissen Vorfertigungsgrad die befüllbaren Packmittel hergestellt, siehe Bild 1.



Bild 1: Beispiel für eine Formstation zum Herstellen befüllbarer Behälter

Die Formstation in diesem Beispiel dient der Herstellung des Packungsbodens. Bei Stillstand des Dornrades (U₁) wird auf den oben stehenden Faltdorn ein vorgefertigter Packstoff-Mantel (sleeve) aufgeschoben. Anschließend kann das Dornrad weiterdrehen und das nächste Arbeitsorgan bei diesem Mantel beispielsweise eine innere Siegelschicht aufschmelzen oder Klebstoff auftragen. Dem schließt sich der nachfolgend näher beschriebene Faltvorgang an, bei dem die Lagefunktionen der drei Arbeitsorgane Dornrad (U₁), Innenfalter (U₂) sowie Pressstempel (U₃) exakt aufeinander abgestimmt werden müssen. Unmittelbar darauf folgend wird durch Pressen und Abkühlen die endgültige Bodenform gebildet und im nächsten

Takt der befüllbare Behälter ausgestoßen. In loser oder fester Verkettung mit den nachfolgenden Prozessen können so komplexe und leistungsfähige Anlagen für die Verpackung von flüssigen oder schüttfähigen Packgütern gebildet werden.

Eine qualitativ hochwertige Packung bei einer Ausbringung von mehr als einem Stück je Sekunde stellt höchste Anforderungen an die Bewegung bzw. den Antrieb der beteiligten Arbeitsorgane und das Finden optimaler synchronisierter Bewegungsabläufe. Im Blickpunkt liegen dabei vor allem auch die Packstoffbeanspruchung sowie die Minimierung unvermeidlich auftretender Schwingungen.

Die Bedingungen für die Bildung eines Bodens sind in Bild 2 dargestellt:



Bild 2: Erläuterung der technologischen Forderungen

Tabelle 1 beschreibt die technologisch bedingten Arbeitsschritte bei der Herstellung eines Faltbeutels. Sie dienen der quantitativen Formulierung der technologischen Forderungen. Die Beschreibung der kinematischen Forderungen erfolgt mit einem Arbeitsdiagramm oder Bewegungsplan (siehe Bild 3). Für den vorliegenden Fall können folgende Angaben gemacht werden. Tabelle 1: Technologische Forderungen bei den in Bild 2 markierten Stellungen bzw. den markierten Zeiten in Bild 3

Stellung 0:	das Dornrad wird beschleunigt, um den Winkel 60° zu rückzulegen;				
(Start Dornrad)	die Position des Pressstempels muss unter 8 mm liegen				
Stellung a:	das Dornrad (U ₁) hat 50° zurückgelegt und damit das noch hervorste -				
(Start Innenfalter)	henden Packmittel den Innenfalter (U2) passiert;				
	der Innenfalter, der mindesten 20° abgeschwenkt war, kann in Rich-				
	tung Pressstempel (U_3) beschleunigt werden, der Pressstempel (U_3)				
	muss seine untere Endlage erreicht haben				
Stellung b:	Beginn des Faltvorganges; das Packmittel berührt die Kante des				
(Start Falten)	Pressstempels (U ₁ =54°); der Innenfalter muss die Position U ₂ = 12°				
	erreicht haben;				
	die Umfangsgeschwindigkeit des Innenfalters am Berührungspunkt				
	zum Packmittel muss nun doppelt so groß sein wie die Umfangsge-				
	schwindigkeit des Packmittels am Berührungspunkt				
Stellung c:	Ende Faltvorgang; das Dornrad erreicht seine Endstellung 60° und der				
(Start Pressstem-	Innenfalter seine Endstellung 0°, um ein Rückstellen des Packstoffes				
pel)	zu vermeiden, muss sich der Pressstempel (U_3) 5mm nach oben be-				
	wegt haben				
Stellung d:	der Innenfalter hat wieder den Winkel $U_2 = 8^\circ$ erreicht (und damit die				
Pressen	Presszone verlassen); der Pressstempel (U ₃) kann vollen Druck auf-				
	bringen				
Stellung e:	Pressstempel kann lösen				
(Ende Pressen)					

Der durch den dicken Pfeil in Bild 3 bezeichnete Bereich ($t_e - t_d$) entspricht der Anpressdauer und soll möglichst groß sein.

Einige der technologischen Forderungen seien hier angegeben:

		U ₁ (0)	=	0	für t = 0
59,95°	≤	U1(t)	≤	60,05°	im Bereich $t_c \le t \le T$
20°	≤	$U_2(t_a)$			für $t = t_a$
-0,05°	≤	$U_2(t_c)$	≤	0,05°	für $t = t_c$
9,95mm	≤	U ₃ (t)	≤	10,05mm	im Bereich $t_d \le t \le t_e$
		U ₃ (0)	≤	8,0 mm	für t = 0



Bild 3: Bewegungsplan mit Toleranzbereichen (nicht maßstäblich)

3.2 Lösung

Die Lösung der Aufgabe erfolgte durch Anwendung des Programms *mHSL* /6/. In diesem Programm sind zwei ineinander verschachtelte Optimierungen implementiert. Diese sorgen für die optimale Auslegung des einzelnen Bewegungsgesetzes und die optimale Abstimmung der Bewegungsgesetze relativ zueinander.

Im vorliegenden Fall war die Verlängerung der Presszeit ($t_e - t_d$) das Optimierungsziel. Um diese zu vergrößern, ist es auch nötig, alle anderen Zwischenzeiten (t_a , t_b und t_c) zu variieren. Dabei sind in Tab. 1 aufgeführten kinematischen Restriktionen sowohl im kinematischen ($\eta = 0$) als auch im dynamischen Fall ($\eta > 0$) zu erfüllen.

Die betrachtete Verarbeitungsmaschine arbeitet mit einer Taktzahl von n = 60/min. Dies entspricht einer Grunderregerfrequenz von f = 1 Hz bzw. einer Erregerkreisfrequenz von Ω = 6,28 /s. Die Eigenfrequenzen f_j = $\omega_j/(2\pi)_j$ der drei Abtriebe betragen

$$f_1 = 10 \text{ Hz}$$
; $f_2 = 15 \text{ Hz}$; $f_3 = 17 \text{ Hz}$

Der Dämpfungsgrad wird für alle drei Fälle mit D = 0,03 angenommen.

Bild 4 zeigt die Verläufe der ermittelten Lagefunktionen.



Bild 4: Mit *mHSL* ermittelte kinematische Abtriebsbewegungen $U_1(t)$, $U_2(t)$ und $U_3(t)$

Die sonst übliche Presszeit von $t_e - t_d = 0,4$ s konnte durch die *mHSL*-Anwendung auf 0,55 s (vgl. Bild 4) erweitert werden.

Nun soll gezeigt werden, welches dynamisches Verhalten auftritt, wenn man statt der HS-Lagefunktionen ein nach VDI 2143 empfohlenes Bewegungsgesetz eingesetzt hätte. Dazu werden die oben angegebenen Rastphasen mit kinematischen Übertragungsfunktionen verbunden, die nach der Bestehorn-Sinoide beschrieben werden. Es ergeben sich dann ebenfalls periodische stoßfreie Verläufe, aber es sind höhere Ordnungen der Harmonischen in den Bewegungsgesetzen enthalten.

Die Beschleunigungsspektren der drei Lagefunktionen sind in Tabelle 2 angegeben (Fourierkoeffizienten der Lagefunktionen zweiter Ordnung k^2c_{ki} , vgl. Gl. (1)). Man erkennt an dem Spektrum für U₁, dass die höchste Ordnung der HS-Lagefunktion des Dornrads K₁ = 9 beträgt, vgl. Gl. (1). Die dunkel dargestellten Säulen des Spektrums der traditionellen Lagefunktion, die sich abschnittsweise aus Geraden und Bestehorn-Sinoiden zusammensetzt, zeigen dagegen, dass auch noch Harmonische bis zu den Ordnungen 11 und 13 auftreten. Dies wirkt sich dynamisch ungünstig aus, da diese die kritische Ordnung übersteigen, vgl. Gl. (9).

Beim Innenfalter ist die höchste Ordnung der HS-Lagefunktion $K_2 = 10$, aber bis zur Ordnung k = 17 sind die Harmonischen der traditionellen Lagefunktionen von Bedeutung. Dies ist bedingt durch den kurzen Bewegungsabschnitt zwischen t_a und t_d .

Beim Pressstempel sind im Spektrum bei der HS-Lagefunktion Harmonische bis zur Ordnung $K_3 = 10$ vorhanden, wobei aber die 10. Harmonische schon etwa so klein ist, wie die Harmonische 21. Ordnung der nach traditionellen Methoden synthetisierten Lagefunktion. Die Ordnungen k = 13 und k = 15 sind dabei noch bedeutsam.

Zur Beurteilung der Schwingungen, die infolge der Elastizität der Abtriebe entstehen, werden in Tabelle 3 die Beschleunigungsverläufe dargestellt, die sich bei der Betriebsfrequenz von 1 Hz für die verschiedenen Bewegungsabläufe ergeben.

Aus den Bemerkungen in Abschn. 2 folgt, dass beim Erreichen der Betriebsdrehzahl gefährlich große Resonanzausschläge auftreten, wenn die Bewegungsgesetze die Ordnungen K_{krit} = $f_i/f = \omega_i/\Omega$ enthalten. Dies sind bei den drei Abtrieben die kritischen Ordnungen

$$K_{krit} = \omega_1/\Omega = 10;$$
 $K_{krit} = \omega_2/\Omega = 15;$ $K_{krit} = \omega_3/\Omega = 17$ (9)

Ihnen entsprechen die Abstimmungsverhältnisse

$$\eta_1 = 0,10$$
 ; $\eta_2 = 0,067$; $\eta_3 = 0,059$.

Aus allen drei Verläufen sind an den hellen Linien (Beschleunigungen bei HS-Lagefunktionen) keine störenden Schwingungen zu bemerken. Bei Einsatz der HS-Lagefunktionen gilt näherungsweise für die Beschleunigungen $\ddot{q}_j \approx \ddot{U}_j$. Der Vergleich der Beschleunigungen in Tabelle 3 zeigt in allen drei Fällen, dass bei der Verwendung traditioneller Lagefunktionen störende Schwingungen auftreten, die technologische Störungen verursachen oder zu Überlastungen führen.



Tabelle 2: Beschleunigungsspektren der kinematischen Abtriebsfunktionen im Vergleich ($\eta = 0$)



Tabelle 3: Vergleich der Beschleunigungs-Zeitverläufe der dynamischen Abtriebsfunktionen ($\eta > 0$)

4 Resümee

HS-Bewegungsgesetze finden bereits in vielen Branchen des Verarbeitungsmaschinenbaus breite Anwendung. Insbesondere als Kurvenprofile bei Kurven- bzw. Kurven-Koppelgetrieben oder Antriebsfunktionen von Servo- oder Linearantrieben sind sie geeignet, bei dynamisch belasteten Antriebssystemen Drehzahlsteigerungen und damit Produktivitätserhöhungen herbeizuführen.

Das Programm *mHSL* kann, wie das hier beschriebene Beispiel einer Faltmaschine zeigt, auch zur Optimierung technologischer Prozesse genutzt werden. Es gelingt damit, die technologischen Abläufe auch bei hohen Taktzahlen schwingungsarm zu gestalten und damit zur Produktivitätssteigerung und Qualitätsverbesserung der Produkte beizutragen.

5 Literatur

- /1/ Dresig, H.; Vulfson, J.I.: Dynamik der Mechanismen. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften und Wien: Springer-Verlag, 1989
- /2/ Lüder, R.: Zur Synthese periodischer Bewegungsgesetze von Mechanismen unter Berücksichtigung von Elastizität und Spiel. Diss. TU Chemnitz, Fortschr.- Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 225, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1995
- /3/ Lüder, R.: Koordinierte Synthese mehrerer abhängiger Bewegungsgesetze als HS-Kurvenprofile. VDI-Berichte Nr. 1281, S. 127 - 138 - Düsseldorf: VDI-Verlag, 1996
- /4/ Stoermer, U; Pasche,O.: Erfahrungen bei der Anwendung von HS-Bewegungsgesetzen. VDI-Berichte Nr. 1423, S. 53 72 Düsseldorf: VDI-Verlag, 1998
- /5/ Dresig, H.: Schwingungen mechanischer Antriebssysteme.2. Aufl. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2005
- /6/ http://www.tu-chemnitz.de/mb/MaschDyn/MHSL/mhsl.html